

2020~2021学年山东济南历下区初一上学期期中数学试卷(详解)

一、选择题

(本大题共12小题,每小题4分,共48分)

1. -2020 的绝对值是() .

A. -2020

B. 2020

C. ± 2020

D. $-\frac{1}{2020}$

【答案】 B

【解析】 -2020 的绝对值是 2020 ,

故选B .

2. 在 -4 , $\frac{22}{7}$, 0 , 3.14159 , -5.2 , 2 中, 正有理数的个数有() .

A. 1个

B. 2个

C. 3个

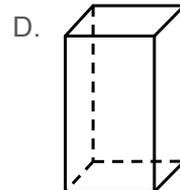
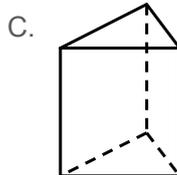
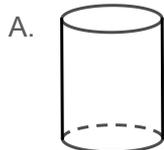
D. 4个

【答案】 C

【解析】 正有理数有 $\frac{22}{7}$, 3.14159 , 2 , 共3个 .

故选C .

3. 用一个平面去截下列几何体, 截得的平面图形不可能是三角形的是() .



【答案】 A

【解析】 B选项从顶点开始竖直截, C选项平行于底面截, D选项截掉一个角, 都可以截出三角形的截面. 故只有A选项符合题意 .

故选A .

4. 2020年国庆档电影《我和我的家乡》通过讲述中国东西南北中五大地域的家乡故事，抒发人们的家国情怀，展示脱贫攻坚成果。该电影上映第一天票房为10500万元，则数字10500用科学记数法可表示为（ ）。

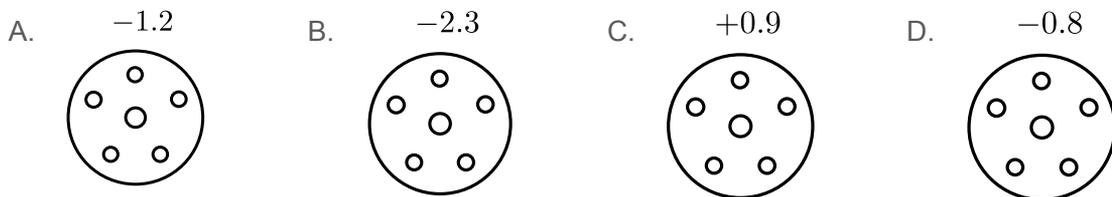
A. 10.5×10^3 B. 1.05×10^4 C. 1.05×10^5 D. 105×10^2

【答案】 B

【解析】 科学记数法的标准形式为 $a \times 10^n$ ，其中 $1 \leq |a| < 10$ ，故 $10500 = 1.05 \times 10^4$ 。

故选B。

5. 一实验室检测A、B、C、D四个元件的质量（单位：克），超过标准质量的克数记为正数，不足标准质量的克数记为负数，结果如图所示，其中最接近标准质量的元件是（ ）。



【答案】 D

【解析】 “最接近标准质量”的意思是上下浮动的数值越小越好，

即比较四个选项的绝对值大小。

A选项绝对值为1.2，B选项绝对值为2.3，

C选项绝对值为0.9，D选项绝对值为0.8，

通过比较，可知D选项的绝对值最小，

故选：D。

6. 下列算式中，运算结果为负数的是（ ）。

A. $-(-1)$ B. $|-1|$ C. -1^2 D. $(-1)^2$

【答案】 C

【解析】 A选项：多重符号化简，奇负偶正，答案为1，故A错误；

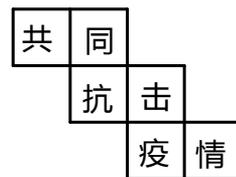
B选项：绝对值化简，负数的绝对值为正数，答案为1，故B错误；

C选项：1的平方的相反数，答案为-1，故C正确；

D选项：-1整体的平方，底数为负看指数，奇负偶正，答案为1，故D错误。

故选C。

7. 2020年是不寻常的一年，病毒无情人有情，很多最美逆行者奔赴疫情的前线，不顾自己的安危令我们感动。宣传委员小明在一个正方体的每个面上分别写上一个汉字，组成“共同抗击疫情”。如图是该正方体的一种展开图，那么在原正方体中，与汉字“抗”相对的面上的汉字是（ ）。



- A. 共 B. 同 C. 疫 D. 情

【答案】 D

【解析】 本题考查正方体展开图的对立面。同行或同列找“目”字（隔一个），不同行的找“Z”字，可知“抗”字和“情”字是对立面，“共”字和“击”字是对立面，“同”字和“疫”字是对立面。
故选项D。

8. 下列各式，运算正确的是（ ）。

- A. $5a - 3a = 2$ B. $2a + 3b = 5ab$
C. $7a + a = 7a^2$ D. $10ab^2 - 5b^2a = 5ab^2$

【答案】 D

【解析】 A选项： $\because 5a - 3a = 2a$ ，故A错误；
B选项： $\because 2a + 3b \neq 5ab$ ，故B错误；
C选项： $\because 7a + a = 8a$ ，故C错误；
D选项： $\because 10ab^2 - 5b^2a = 5ab^2$ ，故D正确；
故选项D。

9. 下列说法中，正确的是（ ）。

- A. 单项式 $\frac{1}{2}xy^2$ 的系数是 $\frac{1}{2}x$ B. 单项式 $-5x^2$ 的次数为-5
C. 多项式 $x^2 + 2x + 18$ 是二次三项式 D. 多项式 $x^2 + y^2 - 1$ 的常数项是1

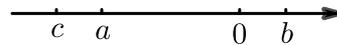
【答案】 C

【解析】 A选项：单项式 $\frac{1}{2}xy^2$ 的系数是 $\frac{1}{2}$ ，故A错误；
B选项：单项式 $-5x^2$ 的次数是2，故B错误；
C选项：多项式 $x^2 + 2x + 18$ 是二次三项式，故C正确；

D 选项：多项式 $x^2 + y^2 - 1$ 的常数项是 -1 ，故D错误；

故选 C.

10. 已知有理数 a, b, c 在数轴上的位置如图所示，下列结论正确的是 () .



A. $c < a < b$

B. $|a| < |b|$

C. $a + b > 0$

D. $|c - b| = c - b$

【答案】 A

【解析】 由数轴可知： $c < a < 0 < b$ ，且 $|a| > |b|$ ，

故A、 $c < a < b$ 正确；

B、 $|a| > |b|$ ，故B错误；

C、 $a + b < 0$ ，故C错误；

D、 $|c - b| = -(c - b) = b - c$ ，故D错误.

故选A.

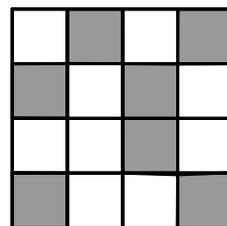
11. 历下区某校在疫情复学后建立了一个身份识别系统，利用如图①的二维码可以进行身份识别. 图

②是某个学生的识别图案，黑色小正方形表示1，白色小正方形表示0，将第一行小正方形表示的数字从左到右依次记为 a, b, c, d . 那么可以转换为该生所在班级序号，其序号为

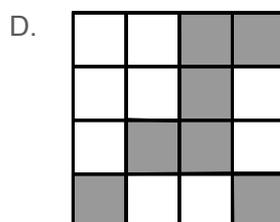
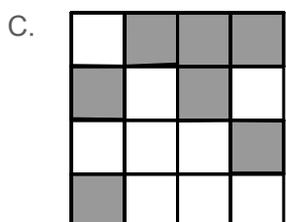
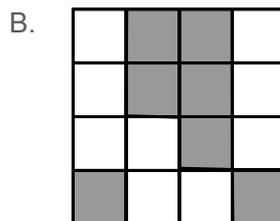
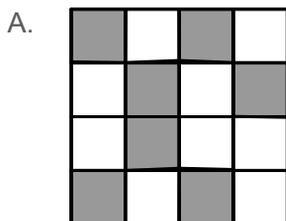
$a \times 2^3 + b \times 2^2 + c \times 2^1 + d$ ，如图②第一行小正方形表示的数字从左到右依次为0, 1, 0, 1，序号为 $0 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 = 5$ ，表示该生为5班学生，表示6班学生的识别图案是 () .



图①



图②



【答案】 B

【解析】 A 选项： $1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 0 = 10$.

B 选项： $0 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 0 = 6$.

C 选项： $0 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 1 = 7$.

D 选项： $0 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 1 = 3$.

故选 B .

12. 已知有理数 $a \neq 1$, 我们把 $\frac{1}{1-a}$ 称为 a 的差倒数, 如: 2 的差倒数是 $\frac{1}{1-2} = -1$, -1 的差倒数是 $\frac{1}{1-(-1)} = \frac{1}{2}$, 如果 $a_1 = -3$, a_2 是 a_1 的差倒数, a_3 是 a_2 的差倒数, a_4 是 a_3 的差倒数... 依此类推, 那么 $a_1 - a_2 + a_3 - a_4 \cdots + a_{2017} - a_{2018} + a_{2019} - a_{2020}$ 的值是 () .

- A. -3 B. $-\frac{11}{4}$ C. $\frac{11}{4}$ D. $\frac{13}{12}$

【答案】 D

【解析】 $a_1 = -3$,

$$a_2 = \frac{1}{1-(-3)} = \frac{1}{4} ,$$

$$a_3 = \frac{1}{1-\frac{1}{4}} = \frac{4}{3} ,$$

$$a_4 = \frac{1}{1-\frac{4}{3}} = -3 ,$$

$$a_5 = \frac{1}{1-(-3)} = \frac{1}{4} .$$

以此类推, 每3项为一个循环,

观察原式符号, $a_1 - a_2 + a_3$ 与 $-a_4 + a_5 - a_6$ 互为相反数.

\therefore 长式中每6项的和为0, 共有2020项, $2020 \div 6 = 336 \cdots 4$,

$$\therefore \text{原式} = -3 - \frac{1}{4} + \frac{4}{3} - (-3)$$

$$= -\frac{1}{4} + \frac{4}{3}$$

$$= \frac{-3+16}{12}$$

$$= \frac{13}{12} .$$

故选 D .

二、填空题

(本大题共6小题, 每小题4分, 共24分)

13. 我市某天的最高气温是 4°C , 最低气温是 -1°C , 则这天的日温差是 $\underline{\quad\quad}$ $^{\circ}\text{C}$.

【答案】 5

【解析】 温差为最高气温减去最低气温，

所以这一日的温差为 $4 - (-1) = 5^{\circ}\text{C}$ ，

故答案为：5。

14. 单项式 $2x^m y^3$ 与 $-3xy^{3n}$ 是同类项，则 $m + n =$ _____。

【答案】 2

【解析】 \because 单项式 $2x^m y^3$ 与 $-3xy^{3n}$ 是同类项，

$\therefore m = 1, n = 1$ ，

$m + n = 2$ 。

故答案为2。

15. 比较两数的大小： $-\frac{5}{4}$ _____ $-\frac{4}{3}$ （填“>”或“<”）。

【答案】 >

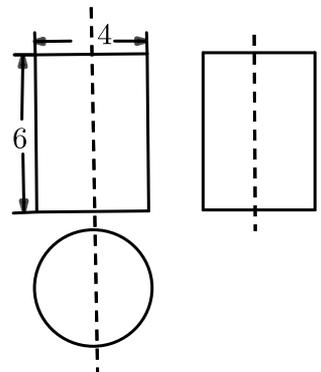
【解析】 $-\frac{5}{4} = -\frac{15}{12}$ ，

$-\frac{4}{3} = -\frac{16}{12}$ ，

\because 绝对值大的负数反而越小，

$\therefore -\frac{5}{4} > -\frac{4}{3}$ 。

16. 如图是一个几何体的三视图，根据图中所示数据求得这个几何体的侧面积是 _____（结果保留 π ）。



【答案】 24π

【解析】 由三视图可知该几何体是圆柱体，

其底面半径是 $4 \div 2 = 2$ ，高是6，

(本大题共9小题,共78分)

19. 计算.

$$(1) (-7) - (+5) + (-4) - (-10).$$

$$(2) 16 \div \left(-\frac{4}{3}\right) \times \left(-\frac{8}{9}\right).$$

【答案】 (1) -6 .

(2) $\frac{32}{3}$.

【解析】 (1) $(-7) - (+5) + (-4) - (-10)$

$$= -7 - 5 - 4 + 10$$

$$= -16 + 10$$

$$= -6.$$

$$\begin{aligned} (2) \quad & 16 \div \left(-\frac{4}{3}\right) \times \left(-\frac{8}{9}\right) \\ &= 16 \times \left(-\frac{3}{4}\right) \times \left(-\frac{8}{9}\right) \\ &= (-12) \times \left(-\frac{8}{9}\right) \\ &= \frac{32}{3}. \end{aligned}$$

20. 先化简,再求值: $3a^2 - b - a^2 + 2b + b - a^2$,其中 $a = -2$, $b = -\frac{1}{2}$.

【答案】 $a^2 + 2b$, 3 .

【解析】 $3a^2 - b - a^2 + 2b + b - a^2$

$$= 3a^2 - a^2 - a^2 - b + 2b + b$$

$$= a^2 + 2b,$$

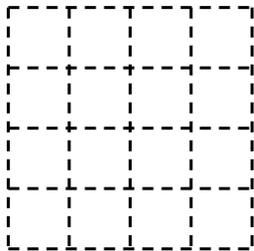
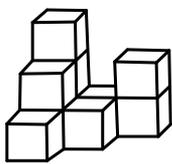
当 $a = -2$, $b = -\frac{1}{2}$ 时,

$$\text{原式} = (-2)^2 + 2 \times \left(-\frac{1}{2}\right)$$

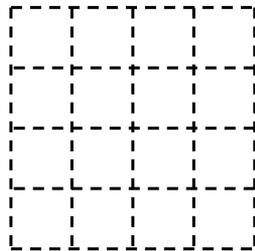
$$= 4 - 1$$

$$= 3.$$

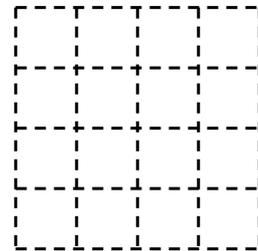
21. 如图是一些棱长为1cm的小立方块组成的几何体.请你画出从正面看,从左面看,从上面看到的这个几何体的形状图.



从正面看



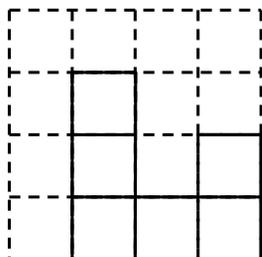
从左面看



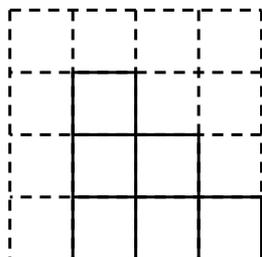
从上面看

【答案】画图见解析.

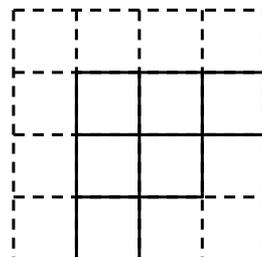
【解析】



从正面看



从左面看



从上面看

22. 计算:

$$(1) \left(-\frac{3}{4} - \frac{5}{6} + \frac{7}{12}\right) \times (-24).$$

$$(2) 16 \div (-2)^3 - \left(-\frac{1}{8}\right) \times 4.$$

【答案】(1) 24.

$$(2) -\frac{3}{2}.$$

【解析】(1) $\left(-\frac{3}{4} - \frac{5}{6} + \frac{7}{12}\right) \times (-24)$

$$= 18 + 20 - 14$$

$$= 24.$$

$$(2) 16 \div (-2)^3 - \left(-\frac{1}{8}\right) \times 4$$

$$= 16 \div (-8) + \frac{1}{2}$$

$$= -2 + \frac{1}{2}$$

$$= -\frac{3}{2}.$$

23. 有三个有理数 a, b, c , 已知 $a = \frac{2}{(-1)^n}$ (n 为正整数), 且 a 与 b 互为相反数, b 与 c 互为倒数.

(1) 当 $n = 2020$ 时, $a = \underline{\quad}$, $b = \underline{\quad}$, $c = \underline{\quad}$.

(2) 当 $n = 2021$ 时, $a = \underline{\quad}$, $b = \underline{\quad}$, $c = \underline{\quad}$.

(3) 若 d 是最大的负整数, 则 $\frac{a+b}{2020} - bc + d = \underline{\quad}$.

【答案】(1) 2; -2; $-\frac{1}{2}$

$$(2) -2; 2; \frac{1}{2}$$

$$(3) -2$$

【解析】(1) $n = 2020, a = \frac{2}{(-1)^{2020}} = 2,$

$\therefore a$ 与 b 互为相反数,

$$\therefore b = -2,$$

$\therefore b$ 与 c 互为倒数,

$$\therefore c = -\frac{1}{2}.$$

故答案为: $2; -2; -\frac{1}{2}.$

(2) $n = 2021, a = \frac{2}{(-1)^{2021}} = -2,$

$\therefore a$ 与 b 互为相反数,

$$\therefore b = 2,$$

$\therefore b$ 与 c 互为倒数,

$$\therefore c = \frac{1}{2}.$$

故答案为: $-2; 2; \frac{1}{2}.$

(3) $\therefore a$ 与 b 互为相反数,

$$\therefore a + b = 0,$$

$\therefore b$ 与 c 互为倒数,

$$\therefore bc = 1,$$

$\therefore d$ 为最大的负整数,

$$\therefore d = -1,$$

$$\therefore \frac{a+b}{2020} - bc + d$$

$$= 0 - 1 + (-1)$$

$$= -2.$$

故答案为: $-2.$

24. 2020年的“新冠肺炎”疫情的蔓延,使得医用口罩销量大幅增加,某口罩加工厂为满足市场需求计划每天生产5000个,由于各种原因实际每天生产量相比有出入,下表是二月份某一周的生产情况(超产为正,减产为负,单位:个).

星期	一	二	三	四	五	六	日
增减	+100	-200	+400	-100	-100	+350	+150

- (1) 根据记录可知前三天共生产多少个口罩.
(2) 产量最多的一天比产量最少的一天多生产多少个.

(3) 该口罩加工厂实行计件工资制，每生产一个口罩0.2元，本周口罩加工厂应支付工人的工资总额是多少元？

【答案】(1) 15300个 .

(2) 600个 .

(3) 7120元 .

【解析】(1) $(+100 - 200 + 400) + 3 \times 5000 = 15300$ (个) .

故前三天共生产15300个口罩 .

(2) $+400 - (-200) = 600$ (个) ,

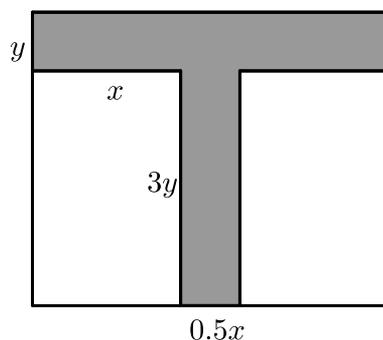
故产量最多的一天比产量最少的一天多生产600个 .

(3) $5000 \times 7 + (100 - 200 + 400 - 100 - 100 + 350 + 150) = 35600$ (个) ,

$0.2 \times 35600 = 7120$ (元) .

故本周口罩加工厂应支付工人的工资总额是7120元 .

25. 如图，一个大长方形中剪下两个大小相同的小长方形（有关线段的长如图所示），留下一个“T”型的图形（阴影部分） .



(1) 用含 x , y 的代数式表示阴影部分的周长 .

(2) 用含 x , y 的代数式表示阴影部分的面积 .

(3) 当 $x = 2$, $y = 2.5$ 时 , 计算阴影部分的面积 .

【答案】(1) $5x + 8y$.

(2) $4xy$.

(3) 20 .

【解析】(1) $y + x + 3y + 0.5x + 3y + x + y + x + 0.5x + x$

$= 5x + 8y$.

(2) $y(x + 0.5x + x) + 3y \cdot 0.5x$

$= 4xy$.

(3) 当 $x = 2, y = 2.5$ 时,

$$\text{面积} = 4 \times 2 \times 2.5$$

$$= 20 .$$

26. 【概念学习】

规定：求若干个相同的有理数（均不等于0）的除法运算叫做除方，如 $2 \div 2 \div 2$ 等．类比有理数的乘方，我们把 $2 \div 2 \div 2$ 记作 2_3 ，读作“2的下3次方”，一般地，把 n 个 $a (a \neq 0)$ 相除记作 a_n ，读作“ a 的下 n 次方”．

【初步探究】

(1) 直接写出计算结果： $2_3 =$ _____ ．

(2) 关于除方，下列说法正确的选项有 _____ （只需填入正确的序号）．

①任何非零数的下2次方都等于1．

②对于任何正整数 $n, 1_n = 1$ ．

③ $3_4 = 4_3$ ．

④负数的下奇数次方结果是负数，负数的下偶数次方结果是正数．

(3) 【深入思考】

我们知道，有理数的减法运算可以转化为加法运算，除法运算可以转化为乘法运算，有理数的除方运算如何转化为乘方运算呢？

例如： $2_4 = 2 \div 2 \div 2 \div 2 = 2 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \left(\frac{1}{2}\right)^2$ （幂的形式）

① 试一试：将下列除方运算直接写成幂的形式． $5_6 =$ _____ ， $\left(-\frac{1}{2}\right)_{10} =$ _____ ．

② 算一算： $\left(-\frac{1}{4}\right)_4 \div 2^3 + (-8) \times 2_3$ ．

【答案】(1) $\frac{1}{2}$

(2) ①②④

(3) ① $\left(\frac{1}{5}\right)^4; 2^8$

② -2 ．

【解析】(1) $2_3 = 2 \div 2 \div 2 = \frac{1}{2}$ ．

(2) ① $a_2 = a \div a = 1 (a \neq 0)$ ，故正确，

② $1_n = \underbrace{1 \div 1 \div 1 \div \cdots \div 1}_n = 1$ ，故正确，

③ $3_4 = 3 \div 3 \div 3 \div 3 = \frac{1}{9}$ ，

$4_3 = 4 \div 4 \div 4 = \frac{1}{4}$ ，

二者不相等，故错误，

④奇数个负数相除，结果是负数，偶数个负数相除，结果是正数，故正确。

因此选①②④。

$$(3) \textcircled{1} 5_6 = 5 \div 5 \div 5 \div 5 \div 5 \div 5 = \frac{1}{5^4}$$

$$\left(-\frac{1}{2}\right)_{10} = \underbrace{\left(-\frac{1}{2}\right) \div \left(-\frac{1}{2}\right) \div \left(-\frac{1}{2}\right) \div \cdots \div \left(-\frac{1}{2}\right)}_{10} = \frac{1}{\left(-\frac{1}{2}\right)^8} = (-2)^8 = 2^8$$

$$\textcircled{2} \left(-\frac{1}{4}\right)_4 \div 2^3 + (-8) \times 2_3$$

$$= (-4)^2 \div 8 + (-8) \times \frac{1}{2}$$

$$= 16 \times \frac{1}{8} + (-4)$$

$$= 2 + (-4)$$

$$= -2.$$

27. 如图，在数轴上A点表示数 a ，B点表示数 b ，C点表示数 c ，且 a 、 c 满足 $|a+2| + (c-8)^2 = 0$ ， $b = 1$ 。



(1) $a = \underline{\quad}$, $c = \underline{\quad}$.

(2) 若将数轴折叠，使得A点与B点重合，则点C与数 $\underline{\quad}$ 表示的点重合。

(3) 在(1)(2)的条件下，若点P为数轴上一动点，其对应的数为 x ，当代数式

$$|x-a| + |x-b| + |x-c| \text{取得最小值时，此时 } x = \underline{\quad} \text{，最小值为 } \underline{\quad} \text{。}$$

(4) 在(1)(2)的条件下，若在点B处放一挡板，一小球甲从点A处以1个单位秒的速度向左运动；同时另一小球乙从点C处以2个单位/秒的速度也向左运动，在碰到挡板后（忽略球的大小，可看作一点）以原来的速度向相反的方向运动，设运动的时间为 t （秒），请表示出甲、乙两小球之间的距离 d （用 t 的代数式表示）。

【答案】 (1) $-2; 8$

(2) -9

(3) $1; 10$

$$(4) \begin{cases} 8-2t - (-2-t) = 10-t & (0 \leq t \leq 3.5) \\ 2t-6 - (2-t) = 3t-4 & (t > 3.5) \end{cases} .$$

【解析】 (1) $\because |a+2| + (c-8)^2 = 0$, $|a+2| \geq 0$, $(c-8)^2 \geq 0$,

$$\therefore a+2 = 0 , c-8 = 0 ,$$

$$\therefore a = -2 , c = 8 .$$

(2) $a = -2 , b = 1$,

∴若将数轴折叠，使得A点与B点重合，

∴对折点表示的数为：-0.5，

∴ $c = 8$ ，

∴点C与数-9表示的点重合。

(3) 当 $x = b = 1$ 时，

$|x - a| + |x - b| + |x - c| = |x - (-2)| + |x - 8| = 10$ 为最小值。

(4) t 秒后，甲的位置是 $-2 - t$ ，乙的位置是 $\begin{cases} 8 - 2t(0 \leq t \leq 3.5) \\ 1 + 2(t - 3.5) = 2t - 6(t > 3.5) \end{cases}$ ，
∴ $\begin{cases} 8 - 2t - (-2 - t) = 10 - t(0 \leq t \leq 3.5) \\ 2t - 6 - (-2 - t) = 3t - 4(t > 3.5) \end{cases}$ 。

附加题

28. 十八世纪数学家欧拉证明了简单多面体中顶点数(v)，面数(f)，棱数(e)之间存在一个有趣的数量关系： $v + f - e = 2$ ，这就是著名的欧拉定理。某个玻璃饰品的外形是简单的多面体，它的外表面是由三角形和八边形拼接而成，且有24个顶点，每个顶点都3条棱，设该多面体外表面三角形个数是 x 个，八边形的个数是 y ，则 $x + y = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

【答案】 14

【解析】 ∴有24个顶点，每个顶点处有3条棱。两点确定一条直线；

∴共有 $24 \times 3 \div 2 = 36$ 条棱，那么 $24 + f - 36 = 2$ ，解得 $f = 14$ ，

∴ $x + y = 14$ 。

29. 定义运算 $x \star y = \frac{xy}{x+y}$ ，则 $\underbrace{2020 \star 2020 \star 2020 \star \cdots \star 2020 \star 2020}_{\text{共100个}\star}$ 的计算结果是 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

【答案】 20

【解析】 ∴ $x \star y = \frac{xy}{x+y}$ ，

∴ $2020 \star 2020 = \frac{2020 \times 2020}{2020 \times 2} = 1010 = \frac{2020}{2}$ ，

$2020 \star 2020 \star 2020 = 1010 \star 2020 = \frac{1010 \times 2020}{1010 + 2020} = \frac{2020}{3}$ ，

$2020 \star 2020 \star 2020 \star 2020 = \frac{2020}{3} \star 2020 = \frac{\frac{2020}{3} \times 2020}{\frac{2020}{3} + 2020} = \frac{2020}{4}$ ，

$\underbrace{2020 \star 2020 \cdots \star 2020}_{101\text{个}2020} = \frac{2020}{101} = 20$ 。

对于一个数 x ，我们用 (x) 表示小于 x 的最大整数，例如： $(2.6) = 2$ ， $(-3) = -4$ ， $(10) = 9$ ．如果 $|(x)| = 3$ ，则 x 的取值范围为_____．

【答案】 $-3 < x \leq -2$ 或 $3 < x \leq 4$

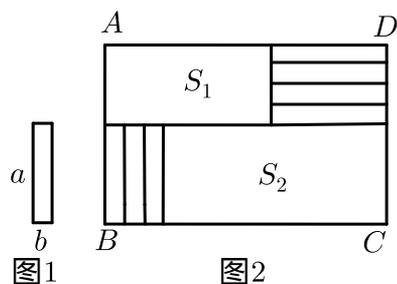
【解析】 $\because |(x)| = 3$ ，

$\therefore (x) = 3$ 或 -3 ，

若 $(x) = 3$ ，则 $3 < x \leq 4$ ，

若 $(x) = -3$ ，则 $-3 < x \leq -2$ ．

31. 将7张相同的小长方形纸片（如图1所示）按图2所示的方式不重叠的放在长方形 $ABCD$ 内，未被覆盖的部分恰好被分割为两个长方形，面积分别为 S_1 ， S_2 ，已知小长方形纸片的长为 a ，宽为 b ，且 $a > b$ ．若 AB 长度不变， AD 变长，将这7张小长方形纸片还按照同样的方式放在新的长方形 $ABCD$ 内，而 $S_1 - S_2$ 的值总保持不变，则 a ， b 满足的关系是_____．



【答案】 $a = 4b$

【解析】 $\because S_1 - S_2 = 4b(AD - a) - a(AD - 3b)$ ，

整理，得： $S_1 - S_2 = (4b - a)AD - ab$ ，

\because 若 AB 长度不变， AD 变长，而 $S_1 - S_2$ 的值总保持不变，

$\therefore 4b - a = 0$ ，

解得： $a = 4b$ ，

即 a ， b 满足的关系式是 $a = 4b$ ．