2020~2021学年山东济南历下区初三上学期期中数学试卷(详解)

一、选择题

（本大题共12小题，每小题4分，共48分）

1. 下列关于x的方程是一元二次方程的是（　）．

A. $ax^2+bx+c=0$　　B. $x^2+2x=\frac{1}{x}$　　C. $(a^2+1)x^2=0$　　D. $x^2+y^2=1$

【答案】C

【解析】A 选项：当$ax^2+bx+c=0$中的$a=0$时，方程非一元二次方程，不符合题意，故A错误；

B 选项：$x^2+2x=\frac{1}{x}$是分式方程，不符合题意，故B错误；

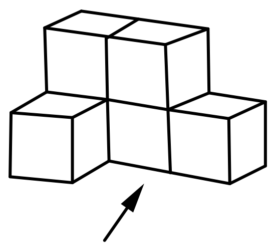
C 选项：$(a^2+1)x^2=0$中，$a^2+1\neq 0$，

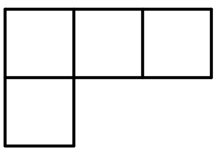
$\therefore$方程是一元二次方程，符合题意，故C正确；

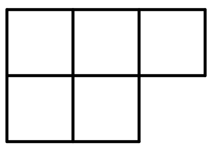
D 选项：$x^2+y^2=1$为二元二次方程，不符合题意，故D错误．

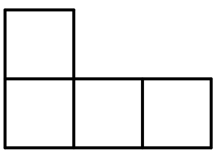
故选 C．

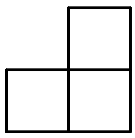
2. 如图所示的几何体，其俯视图是（　）．



A. 

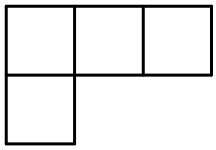
B. 

C. 

D. 

【答案】A

【解析】

几何体的俯视图为：，

$\therefore$BCD选项错误，不符合题意．

故选A．

3. 一元二次方程$x^2-6x=3$，用配方法变形可得（　）．

A. $(x+3)^2=3$　　B. $(x-3)^2=3$　　C. $(x+3)^2=12$　　D. $(x-3)^2=12$

【答案】D

【解析】$\because x^2-6x=3$，

$x^2-6x+9=3+9$，

$\therefore (x-3)^2=12$，

$\therefore$A、B、C选项错误，不符合题意，

$\therefore$答案为：D．

4. 在一个不透明的袋子中装有若干个红球和2个白球，每个球除颜色外都相同，任意摸出一个球，记录颜色后放回，共进行了200次操作，其中白球出现了51次，由此估计红球的个数为（　）．

A. 5个　　B. 6个　　C. 7个　　D. 8个

【答案】B

【解析】设红球的个数为x个，

则$\dfrac{2}{2+x}\approx\dfrac{51}{200}$，

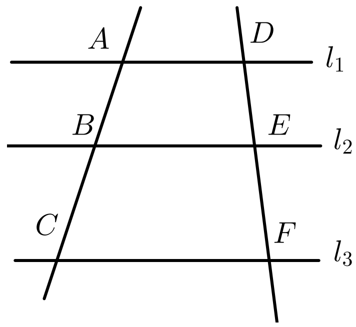
$\therefore x\approx 6$．

经检验是原方程的根．

$\therefore$ACD选项错误，不符合题意．

故选B．

5. 如图，两条直线被三条平行线所截，$AB=4$，$BC=6$，$DF=9$，则DE的长为（　）．



A. 3.2　　B. 3.6　　C. 4　　D. 4.2

【答案】B

【解析】由平行线分线段成比例可知：

$\frac{AB}{AC}=\frac{DE}{DF}$，

$\therefore \frac{AB}{AB+BC}=\frac{DE}{DF}$，

即$\frac{4}{4+6}=\frac{DE}{9}$，

$\therefore \frac{4}{10}=\frac{DE}{9}$，

$\therefore DE=\frac{4\times 9}{10}=3.6$．

故选B．

6. 线段AB的长是10，点C是AB的黄金分割点，且$AC>BC$，则AC的长为（　）．

A. $5-\sqrt{5}$　　B. $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$　　C. $15-3\sqrt{5}$　　D. $5\sqrt{5}-5$

【答案】D

【解析】$\because$线段AB的长是10，点C是AB的黄金分割点，且$AC>BC$，

$\therefore \frac{AC}{AB}=\frac{\sqrt{5}-1}{2}$，$\therefore \frac{AC}{10}=\frac{\sqrt{5}-1}{2}$，

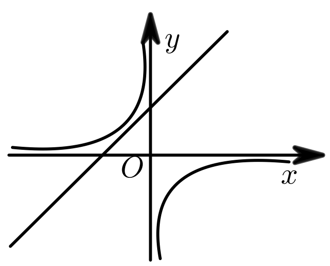
$\therefore AC=5\sqrt{5}-5$，

$\therefore$ABC选项错误，不符合题意．

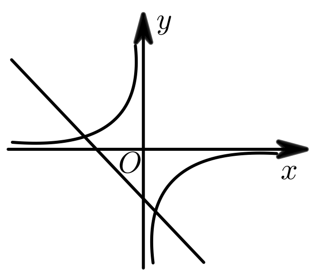
故选D．

7. 函数 $y=kx+k$ 与$y=\frac{k}{x}(k\neq 0)$在同一平面直角坐标系的图像可能是（　）．

A.

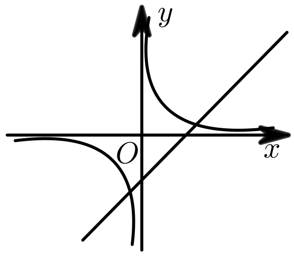


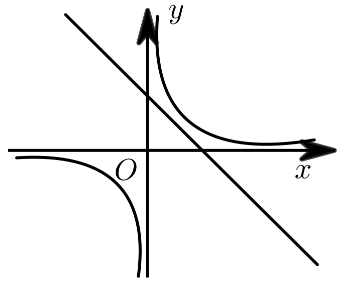
B.



C.

D.





【答案】B

【解析】A 选项：从一次函数图象看出$k>0$，而从反比例函数图象看出$k<0$，故A错误；

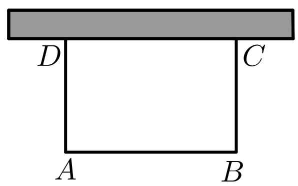
B 选项：从一次函数图象看出$k<0$，从反比例函数图象看出$k<0$，故B正确；

C 选项：从一次函数图象y随x的增大而增大，可以看出$k>0$，但交于y轴的负半轴，$k<0$，且从反比例函数图象看出$k>0$，故C错误；

D 选项：从一次函数图象y随x的增大而减小，可以看出$k<0$，但交于y轴的正半轴，$k>0$，且从反比例函数图象看出$k>0$，故D错误；

故选 B .

8. 如图所示，在一边靠墙（墙足够长）的空地上，修建一个面积为375平方米的矩形仓库，仓库一边靠墙，另外三边用总长为55米的铁板围成，设铁板AB的长为x米，则下列各方程中，符合题意的是（　）.



A. $\frac{1}{2}x(55-x)=375$　　B. $\frac{1}{2}x(55-2x)=375$

C. $x(55-2x)=375$　　D. $x(55-x)=375$

【答案】A

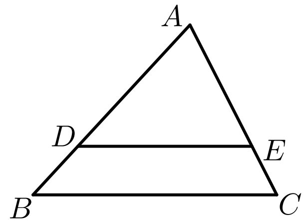
【解析】设铁板AB的长为x米，

则$AD=BC=\dfrac{55-x}{2}$米，

根据题意可得：$\dfrac{1}{2}\cdot x\cdot(55-x)=375$，

故选A .

9. 如图，在$\triangle ABC$中，点D，E分别是AB和AC边上的点，$DE//BC$，$AD=3BD$，四边形$BDEC$的面积是28，则$\triangle ABC$的面积为（　）.



A. 61　　B. 62　　C. 63　　D. 64

【答案】D

【解析】$\because AD=3BD,$

$\therefore \dfrac{AD}{AB}=\dfrac{3}{4}$.

又$\because DE//BC$，

$\therefore \triangle ADE \backsim \triangle ABC$.

$\therefore$三角形的相似比为$\dfrac{3}{4}$.

$\therefore \dfrac{S_{\triangle ADE}}{S_{\triangle ABC}}=\dfrac{9}{16}$.

设$S_{\triangle ADE}=9a$；$S_{\triangle ABC}=16a$.

$S_{四边形BDEC}=S_{\triangle ABC}-S_{\triangle ADE}$

$=16a-9a$

$=7a$

$=28$，

$\therefore a=4$.

$\therefore S_{\triangle ABC}=4\times 16=64$.

$\therefore$A、B、C选项错误，不符合题意 .

$\therefore$答案为：D .

10. 已知点$A(-1,y_1)$，$B(-2,y_2)$，$C(3,y_3)$都在反比例函数$y=\dfrac{1}{x}$的图象上，则y_1、y_2、y_3的关系是（　）.

A. $y_2>y_1>y_3$　　B. $y_2>y_3>y_1$　　C. $y_3>y_1>y_2$　　D. $y_3>y_2>y_1$

【答案】D

【解析】$\because A(-1,y_1)$，$B(-2,y_2)$，$C(3,y_3)$都在反比例函数上，

$\therefore y_1=\dfrac{1}{-1}=-1$，

$y_2=\dfrac{1}{-2}=-\dfrac{1}{2}$，

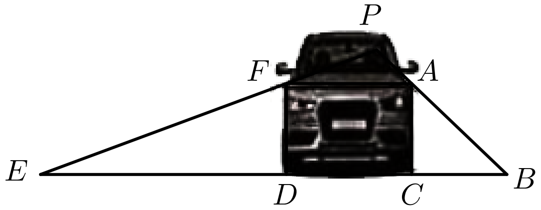
$y_3=\dfrac{1}{3}$，

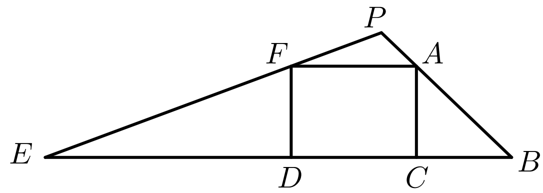
$\therefore y_3>y_2>y_1$，

$\therefore$A、B、C选项错误，不符合题意．

故选D．

11. 如图，EB为驾驶员的盲区，驾驶员的眼睛点P处与地面BE的距离为1.6米，车头$FACD$近似看成一个矩形，且满足$3FD=2FA$，若盲区EB的长度是6米，则车宽FA的长度为（　）．

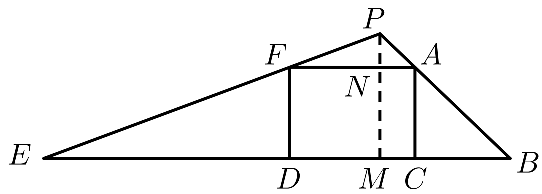




A. $\frac{11}{7}$米　　B. $\frac{12}{7}$米　　C. $\frac{13}{7}$米　　D. 2米

【答案】B

【解析】作$PM\perp EB$，垂足为点M，交FA于点N，



$\because$四边形$FACD$为矩形，

$\therefore AF//CD$，

$\therefore \triangle PFA\backsim\triangle PEB$，

又$\because 3FD=2FA$，

$\therefore$可令$FD=a$，则$FA=\frac{3}{2}a$，

$\therefore NM=a$，$PN=1.6-a$，

$\frac{AF}{BE}=\frac{PN}{PM}$即$\frac{\frac{3}{2}a}{6}=\frac{1.6-a}{1.6}$，

$\therefore 2.4a=9.6-6a$，

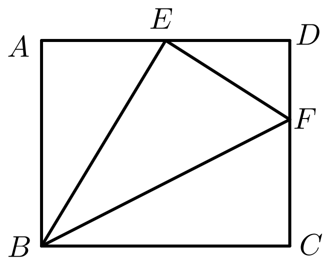
$8.4a=9.6$，$a=\frac{8}{7}$，

$\therefore FA=\frac{3}{2}a=\frac{3}{2}\times\frac{8}{7}=\frac{12}{7}$（米）．

$\therefore$A、C、D选项错误，不符合题意．

$\therefore$答案为：B．

12. 如图，矩形$ABCD$中，$\angle BEF=90^\circ$，点E是AD中点，$\frac{EF}{BE}=\frac{2}{3}$，则$\frac{FC}{BC}$的值为（　）．



A. $\frac{5}{13}$　　B. $\frac{5}{12}$　　C. $\frac{6}{13}$　　D. $\frac{1}{2}$

【答案】B

【解析】$\because$在矩形$ABCD$中，$\angle A=\angle D=90^{\circ}$，

且$\angle BEF=90^{\circ}$，

$\therefore\angle AEB+\angle FED=90^{\circ}$，

$\angle FED+\angle EFD=90^{\circ}$，

$\therefore\angle AEB=\angle EFD$，

$\therefore\triangle ABE\backsim\triangle DEF$，

设$AE=a$，且E为AD中点，

$\therefore AE=DE=a$，

则$\frac{AB}{DE}=\frac{BE}{EF}=\frac{3}{2}=\frac{AE}{DF}$，

$\therefore\frac{AB}{a}=\frac{3}{2}$，

$\therefore AB=\frac{3}{2}a$，

$\frac{AE}{DF}=\frac{3}{2}$即$\frac{a}{DF}=\frac{3}{2}$，

$\therefore DF=\frac{2}{3}a$，

$\therefore FC=DC-DF=AB-DF=\frac{3}{2}a-\frac{2}{3}a$

$=\frac{9a}{6}-\frac{4}{6}a=\frac{5}{6}a$．

$BC=AD=2a$，

$\therefore\frac{FC}{BC}=\frac{\frac{5}{6}a}{2a}=\frac{5}{12}$，

$\therefore$A、C、D选项错误，不符合题意，

$\therefore$答案为：B．

二、填空题

（本大题共6小题，每小题4分，共24分）

13. 若$\frac{x}{y}=\frac{2}{5}$，则$\frac{x+y}{y}=$______．

【答案】$\frac{7}{5}$

【解析】$\because \frac{x}{y}=\frac{2}{5}$

$\therefore \frac{x+y}{y}=\frac{x}{y}+1$

$=\frac{2}{5}+1$

$=\frac{7}{5}$．

14. 关于x的方程$x^2+4x-k=0$有两个不相等的实数根，k的范围是 ______ ．

【答案】$k>-4$

【解析】若方程有两个不相等的实数根，

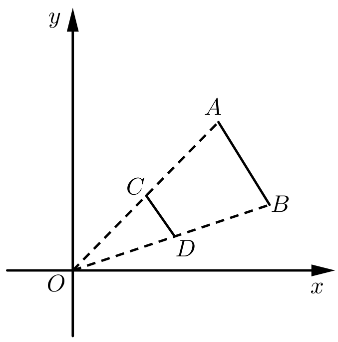
则$\Delta=b^2-4ac$

$=4^2-4\times 1\times(-k)$

$=16+4k>0$，

$\therefore k>-4$．

15. 如图，$\triangle OAB$和$\triangle OCD$位似，位似中心是原点O，B点坐标是$(6,2)$，$\triangle OAB$和$\triangle OCD$的相似比为$2:1$，则点D的坐标为 ______ ．



【答案】$(3,1)$

【解析】$\because \triangle OAB$和$\triangle OCD$位似，

位似中心是原点O，

$\therefore D$为点O与点B的中点，

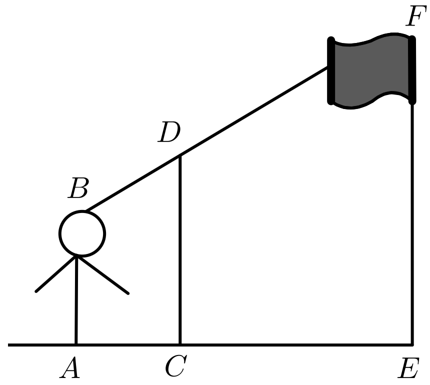
且点O为$(0,0)$，点B为$(6,2)$，

$\therefore D$为$\left(\frac{6+0}{2},\frac{2+0}{2}\right)$，

$\therefore D$为$(3,1)$．

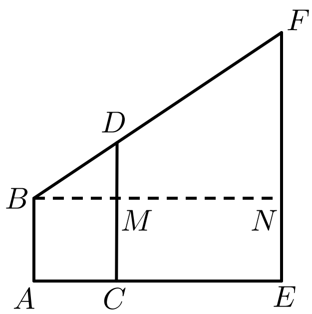
16.

如图，小明用相似图形的知识测量旗杆高度，已知小明的眼睛离地面1.5米，他将3米长的标杆竖直放置在身前3米处，此时小明的眼睛、标杆的顶端、旗杆的顶端在一条直线上，通过计算测得旗杆高度为15米，则旗杆和标杆之间距离CE长 ______ 米．



【答案】24

【解析】



作$BN\perp EF$，垂足为点N，交DC于点M，且DC与FE平行，

$\therefore BM\perp DC$，

$\therefore$四边形$ABMC$，$MCEN$，$BAEN$为矩形，

$\therefore DM=DC-CM=DC-BA=3-1.5=1.5$，

$FN=FE-NE=FE-BA=15-1.5=13.5$，

易知$\triangle BDM\backsim\triangle BFN$，

则$\dfrac{BM}{BN}=\dfrac{DM}{FN}$，

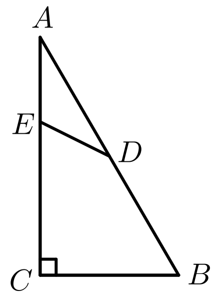
$\therefore\dfrac{3}{3+MN}=\dfrac{1.5}{13.5}$，

$\therefore MN=24$，

$\therefore CE=24$．

故答案为：24．

17. 如图，在$\mathrm{Rt}\triangle ABC$中，$\angle C=90^{\circ}$，点D是AB的中点，点E是线段AC上的动点，$BC=4$，$AB=8$，当$\triangle ABC$和$\triangle AED$相似时，AE的长为 ______ ．



【答案】$2\sqrt{3}$或$\dfrac{8\sqrt{3}}{3}$

【解析】在$\mathrm{Rt}\triangle ABC$中，$\angle C=90^\circ$，$BC=4$，$AB=8$，

$\therefore AC=\sqrt{AB^2-BC^2}=\sqrt{8^2-4^2}=\sqrt{48}=4\sqrt{3}$，

又$\because$点D是AB的中点，

$\therefore AD=4$，

$\because \angle BAC=\angle EAD$，

$\therefore \triangle ABC$和$\triangle AED$相似时，有两种情况，

①$\triangle ABC\backsim\triangle ADE$，

此时$\dfrac{AB}{AD}=\dfrac{AC}{AE}$，

$\therefore \dfrac{8}{4}=\dfrac{4\sqrt{3}}{AE}$，

$\therefore AE=2\sqrt{3}$，

②$\triangle ABC\backsim\triangle AED$，

此时$\dfrac{AB}{AE}=\dfrac{AC}{AD}$，

$\therefore \dfrac{8}{AE}=\dfrac{4\sqrt{3}}{4}$，

$\therefore AE=\dfrac{8\sqrt{3}}{3}$，

$\therefore$答案为：$2\sqrt{3}$或$\dfrac{8\sqrt{3}}{3}$.

18. 一次函数$y=kx+2$的图像与反比例函数$y=-\dfrac{k}{x}$的图像的交于点$A(1,a)$，点O为坐标原点，射线OA交反比例函数$y=\dfrac{m}{x}$的图像于点B，若$\dfrac{OA}{OB}=\dfrac{1}{2}$，则$m$的值为 ______ .

【答案】4

【解析】$\because$一次函数$y=kx+2$过点$A(1,a)$，

$\therefore a=k+2$，

又$\because$反比例函数$y=-\dfrac{k}{x}$过点$A(1,a)$，

$\therefore k=-xy=-a$，

由$\begin{cases}a=k+2\\k=-a\end{cases}$可知$\begin{cases}k=-1\\a=1\end{cases}$，

$\therefore$点A为$(1,1)$，$k=-1$，

又$\because$射线OA解析式为$y=x$（$x>0$），

$\therefore\begin{cases}y=\dfrac{m}{x}\\y=x\end{cases}$，

$\therefore\begin{cases}x=\sqrt{m}\\y=\sqrt{m}\end{cases}$，

$\because\dfrac{OA}{OB}=\dfrac{1}{2}$，

$\therefore\dfrac{OA^2}{OB^2}=\dfrac{1}{4}$，

$\therefore\dfrac{(1-0)^2+(1-0)^2}{(\sqrt{m}-0)^2+(\sqrt{m}-0)^2}=\dfrac{1}{4}$，

$\therefore\dfrac{2}{2m}=\dfrac{1}{4}$，

$\therefore\dfrac{1}{m}=\dfrac{1}{4}$，

$m=4$．

$\therefore$答案为：4．

三、解答题

（本大题共8小题，共78分）

19. 解方程．

（1）$x^2-4x-3=0$．

（2）$2x(x-1)=x-1$．

【答案】（1）$x_1=2+\sqrt{7}$，$x_2=2-\sqrt{7}$．

（2）$x=1$或$x=\dfrac{1}{2}$．

【解析】（1）$\because x^2-4x-3=0$，

$\therefore x^2-4x+4=7$，

$\therefore(x-2)^2=7$，

$\therefore x_1=2+\sqrt{7}$，$x_2=2-\sqrt{7}$．

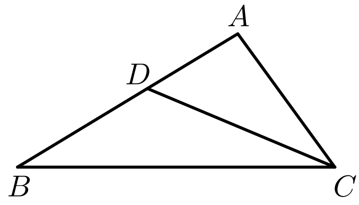
（2）$\because 2x(x-1)=x-1$，

$\therefore(x-1)(2x-1)=0$，

$\therefore x-1=0$或$2x-1=0$，

$\therefore x=1$或$x=\dfrac{1}{2}$．

20. 如图，已知$\triangle ABC\backsim\triangle ACD$，$AC=6$，$AD=4$，$CD=2AD$，求$BD$和$BC$的长．



【答案】$BD=5$，$BC=12$．

【解析】$\because \triangle ABC \backsim \triangle ACD$，

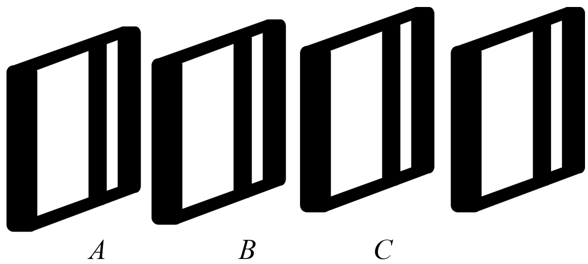
$\therefore \dfrac{BC}{CD}=\dfrac{AB}{AC}=\dfrac{AC}{AD}$，

$\because AC=6$，$AD=4$，$CD=2AD=8$，

$\therefore \dfrac{BC}{8}=\dfrac{6}{4}$，$\dfrac{4+BD}{6}=\dfrac{6}{4}$，

$\therefore BC=12$，$BD=5$．

21. 2020年10月8日，济南轨道交通2号线地质条件最为复杂、盾构施工难度最大的宝长区间顺利贯通——至此，2号线全部38个单线盾构区间全部贯通．这标志着2号线实现全线“洞通”，距离年底通车目标又近一步，在济南某地铁站，其入口检票处有A、B、C三个闸机．假设乘客通过某地铁站入口时，通过每个闸口的可能性相同，乘客可随机选择一个闸口通过．



（1）一名乘客通过此地铁闸口时，选择A闸口通过的概率为______．

（2）当两名乘客通过此地铁闸口时，请用树状图或列表法求两名乘客选择不同闸口通过的概率．

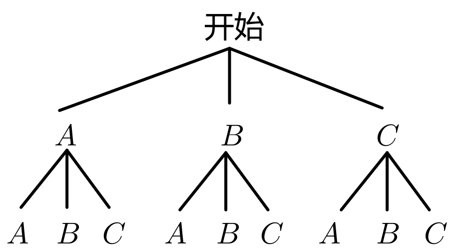
【答案】（1）$\dfrac{1}{3}$

（2）画图见解析，$\dfrac{2}{3}$．

【解析】（1）他选择A闸机通过的概率是$\dfrac{1}{3}$．

故答案为：$\dfrac{1}{3}$．

（2）画树形图如下：



由图中可知，共有9种等可能情况，其中选择不同闸机通过的有6种结果，

所以选择不同闸机通过的概率为$\frac{6}{9}=\frac{2}{3}$．

22. 2020年3月，新冠肺炎疫情在中国已经得到有效控制，但在全球却开始持续蔓延，这是对人类的考验，将对全球造成巨大影响．世界卫生组织提出：如果1人传播10人以上而且被传染的人已经确定为新冠肺炎，那么这个传播者就可以称为“超级传播者”．如果某地区有1人不幸成为新冠肺炎病毒的携带者，假设一个病毒携带者每轮传染的人数相同，经过两轮传染后共有81人成为新冠肺炎病毒的携带者．

（ 1 ）请判断最初的这名病毒携带者是“超级传播者”吗？求他每轮传染的人数．

（ 2 ）若不加以控制传染渠道，经过3轮传染，新冠肺炎病毒的携带者共有多少人？

【答案】（ 1 ）不是，8人．

（ 2 ）729人．

【解析】（ 1 ）最初的这名病毒携带者不是“超级传播者“，

设每轮传染中平均一个人传染x个人，

根据题意得：$1+x+x(x+1)=81$，

整理，得：$x^2+2x-80=0$，

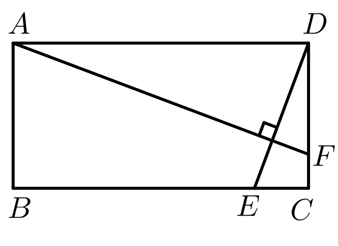
解得：$x_1=8$，$x_2=-10$（不合题意，舍去），

所以，每轮传染中平均一个人传染8个人．

（ 2 ）$81\times(1+8)=729$（人），

答：若不加以控制传染渠道，经过3轮传染，共有729人成为新冠肺炎病毒的携带者．

23. 如图，矩形$ABCD$中，$AB=2$，$AD=4$，动点F在线段CD上运动（不与端点重合），过点D作AF的垂线，交线段BC于点E．



（ 1 ）证明：$\triangle ADF\backsim\triangle DCE$．

（ 2 ）当$CF=1$时，求EC的长．

【答案】（ 1 ）证明见解析．

（ 2 ）$CE=\frac{1}{2}$.

【解析】（ 1 ）∵四边形$ABCD$是矩形，

$\therefore\angle ADC=\angle C=90^{\circ}$ ，

$\therefore\angle ADE+\angle EDC=90^{\circ}$ ，

$\because AF\perp DE$ ，

$\therefore\angle ADE+\angle DAF=90^{\circ}$ ，

$\therefore\angle EDC=\angle DAF$ ，

$\therefore\triangle ADF\backsim\triangle DCE$.

（ 2 ）$\because\triangle ADF\backsim\triangle DCE$ ，

$\therefore\frac{AD}{DC}=\frac{DF}{CE}$ ，

$\because DF=DC-CF$ ，

$\therefore DF=2-1=1$ ，

$\therefore\frac{4}{2}=\frac{1}{CE}$ ，

$\therefore CE=\frac{1}{2}$.

24. 定义：若两个一元二次方程有且只有一个相同的实数根，我们就称这两个方程为“同伴方程”．例如$x^2=4$和$(x-2)(x+3)=0$有且只有一个相同的实数根$x=2$，所以这两个方程为“同伴方程”．

（ 1 ）根据所学定义，下列方程属于“同伴方程”的有 ______ ．（只填写序号即可）

①$(x-1)^2=9$ ②$x^2+4x+4=0$ ③$(x+4)(x-2)=0$

（ 2 ）关于x的一元二次方程$x^2-2x=0$与$x^2+3x+m-1=0$为“同伴方程”，求m的值．

（ 3 ）若关于x的一元二次方程$ax^2+bx+c=0(a\neq 0)$同时满足$a+b+c=0$和$a-b+c=0$，且与$(x+2)(x-n)=0$互为“同伴方程”，求n的值．

【答案】（ 1 ）①②

（ 2 ）1或-9 .

（ 3 ）1或-1 .

【解析】（ 1 ）∵①$(x-1)^2=9$ ，

$\therefore x-1=\pm 3$ ，$x_1=4$ ，$x_2=-2$.

∵②$x^2+4x+4=0$ ，

$\therefore(x+2)^2=0$ ，

$\therefore x_1=x_2=-2$.

∵③$(x+4)(x-2)=0$ ，

$\therefore x_1=-4$，$x_2=2$．

$\because$有且只有一个相同的实数根，

则这两个方程为“同伴方程”，

$\therefore$属于“同伴方程”的为①和②，

$\therefore$答案为：①②．

（2）解方程$x^2-2x=0$，得：$x_1=0$，$x_2=2$．

①若$x=0$是两个方程相同的实数根，

将$x=0$代入方程$x^2+3x+m-1=0$，得：$m-1=0$，

$\therefore m=1$，此时原方程为$x^2+3x=0$，

解得：$x_1=0$，$x_2=-3$，符合题意，

$\therefore m=1$．

②若$x=2$是两个方程相同的实数根，

将$x=2$代入方程$x^2+3x+m-1=0$，得：$4+6+m-1=0$，

$\therefore m=-9$，此时原方程为$x^2+3x-10=0$，

解得：$x_1=2$，$x_2=-5$，符合题意，

$\therefore m=-9$．

综上所述：m的值为1或-9．

（3）$\because$关于x的一元二次方程$ax^2+bx+c=0, a\neq 0$，同时满足$a+b+c=0$和$a-b+c=0$，

$\therefore ax^2+bx+c=0, a\neq 0$的两个根分别为$x=1$或$x=-1$．

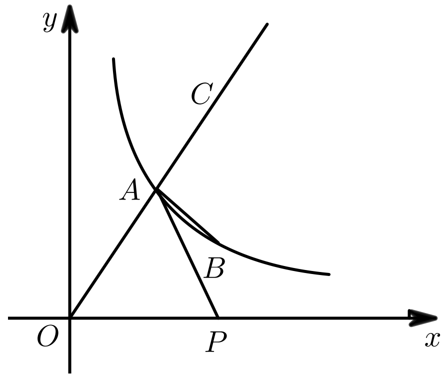
$\because (x+2)(x-n)=0$，

$\therefore x_1=-2$，$x_2=n$．

$\because$两个方程互为“同伴方程”，

$\therefore n=1$或$n=-1$．

25. 如图，在平面直角坐标系中，点$A(2,m)$在正比例函数$y=\dfrac{3}{2}x(x>0)$的图象上，反比例函数$y=\dfrac{k}{x}(x>0)$的图象经过点A，点P是x轴正半轴上一动点，过点P作x轴的垂线，与正比例函数$y=\dfrac{3}{2}x(x>0)$的图象交于点C，点B是线段CP与反比例函数的交点，连接AP、AB．



（1）求该反比例函数的表达式．

（2）观察图象，请直接写出当$x>0$时，$\frac{3}{2}x\leqslant\frac{k}{x}$的解集．

（3）若$S_{\triangle ABP}=1$，求B点坐标．

（4）点Q是A点右侧双曲线上一动点，是否存在$\triangle APQ$为以P为直角顶点的等腰直角三角形？

若存在，求出点Q坐标；若不存在，请说明理由．

【答案】（1）$y=\frac{6}{x}$．

（2）$0<x\leqslant 2$．

（3）$B(3,2)$．

（4）存在；$Q(6,1)$．

【解析】（1）$\because$点$A(2,m)$在正比例函数$y=\frac{3}{2}x(x>0)$上，

$\therefore m=\frac{3}{2}\times 2=3$，

$\therefore A(2,3)$，

$\because$反比例函数$y=\frac{k}{x}(x>0)$的图象经过点A，

$\therefore k=2\times 3=6$，

$\therefore$反比例函数的关系式为$y=\frac{6}{x}$．

（2）由（1）可知，点A坐标为$(2,3)$，

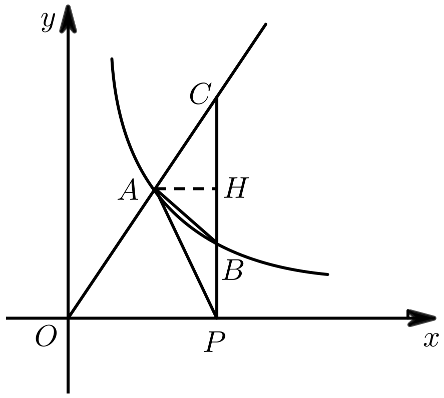
$\because x>0$，且$\frac{3}{2}x\leqslant\frac{k}{x}$时，

一次函数在反比例函数下方，或一次函数与反比例函数相交时，

$\therefore 0<x\leqslant 2$，

$\therefore$答案为：$0<x\leqslant 2$．

（3）过点A作$AH\perp PC$，垂足为H，设$P(a,0)$，



$\because PB\perp x$轴，且B在反比例函数上，

可得$B\left(a,\dfrac{6}{a}\right)$，

$\therefore BP=\dfrac{6}{a}$，$AH=x_B-x_A=a-2$，

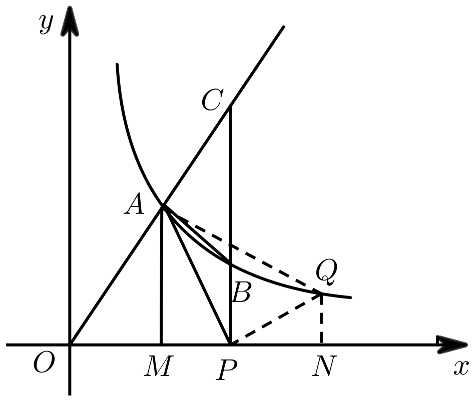
$\because S_{\triangle ABP}=1$，

$\therefore \dfrac{1}{2}BP\cdot AH=1$，即$\dfrac{1}{2}\times\dfrac{6}{a}\times(a-2)=1$解得：$a=3$，

$\therefore$得$B(3,2)$．

（4）假设存在点Q满足条件；

作$AM\perp x$轴，垂足为M，作$QN\perp x$轴，垂足为N；



可得$\angle AMP=\angle PNQ=90^\circ$，

$\because \angle APQ=90^\circ$，

$\therefore \angle APM+\angle QPN=90^\circ$，

又$\because \angle APM+\angle PAM=90^\circ$，

$\therefore \angle PAM=\angle QPN$，

在$\triangle AMP$和$\triangle PNQ$中，

$\begin{cases}\angle PAM=\angle QPN\\ \angle AMP=\angle PNQ=90^\circ\\ AP=PQ\end{cases}$，

$\therefore \triangle AMP\cong\triangle PNQ$，

$\therefore PM=QN$，$AM=PN=3$，

设$PM=a$，

则可得$Q(5+a,a)$，

$\because Q$在反比例函数的$y=\dfrac{6}{x}$图象上，

$\therefore a=\dfrac{6}{5+a}$，

$\therefore a^2+5a-6=0$，

解得$a=-6$（舍掉）或$a=1$，

$\therefore Q(6,1)$．

26. 在数学课堂上，小明同学将两个完全相同的直角三角形重合在一起．如图1所示，$\angle C=90^\circ$，点A与点D重合，点B与点E重合，$CA=kCB$．

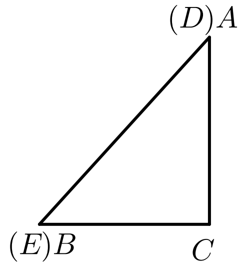


图1

（1）操作发现：当$k=1$时，将$\triangle DCE$绕点C顺时针旋转90°，发现此情况下线段BE和线段AD存在特殊的数量和位置关系：①数量关系：______，②位置关系______（请直接写出答案）．

（2）问题产生：当$k=1$时，如图2，将$\triangle DCE$绕点C顺时针旋转$\alpha(0^\circ<\alpha<90^\circ)$，连接$BE$、$AD$，此一般情况下（1）中的结论是否还成立呢？请给予你的解释或证明．

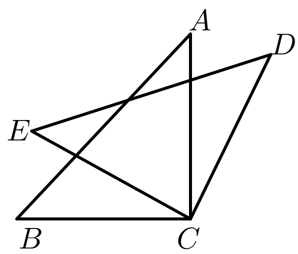


图2

（3）问题延伸：将（2）中的条件“$k=1$”调整为“$k=2$”，如图3，其它条件不变：

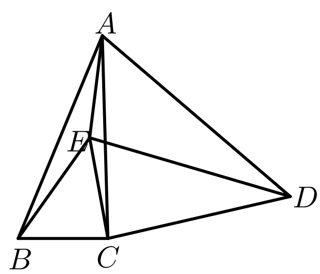


图3

① 求此条件下线段BE和线段AD数量关系和位置关系．

② 在旋转过程中，当E点恰好落在线段AB上时，若$BC=1$，求点C到直线AD的距离．

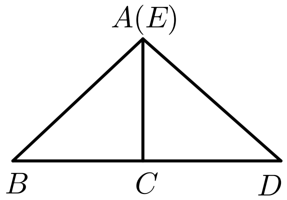
【答案】（1）$BE=AD$；$BE\perp AD$

（2）成立，证明见解析．

（3）① 数量关系为$AD=2BE$（或$BE=\frac{1}{2}AD$）；位置关系为$BE\perp AD$.

② $\frac{4}{5}\sqrt{5}$.

【解析】（1）将两个完全相同的直角三角形整合在一起，如图所示，



此时$BE=AD$，

$\therefore\angle C=90^\circ$，$k=1$，

$\therefore CA=CB$，

$\therefore\angle CBA=\angle CAB=\angle CAD=\angle CDA=45^\circ$，

$\therefore\angle BAD=90^\circ$，

$\therefore BE\perp AD$，

$\therefore$答案为：①$BE=AD$．②$BE\perp AD$．

（2）成立．

$\because\triangle ACB$与$\triangle DCE$完全重合，

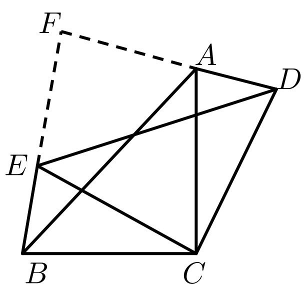
$\therefore CB=CE$，$CA=CD$，

$\because\angle ECB=\angle DCA=\alpha$，

$\therefore\triangle BEC\cong\triangle ADC$，

$\therefore BE=AD$，$\angle CDA=\angle CEB$，

延长DA、BE交于点F，



得$\angle CDA+\angle CEF=\angle CEB+\angle CEF=180^\circ$，

$\therefore\angle F+\angle ECD=360^\circ-180^\circ=180^\circ$，

$\because\angle ECD=90^\circ$，

$\therefore\angle F=90^\circ$，

$\therefore BE\perp AD$．

（3）① $\because\triangle ACB$与$\triangle DCE$完全重合，

$\therefore CA=CD=2CB=2CE$，

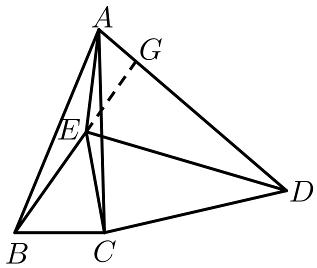
$\therefore \dfrac{CB}{CA} = \dfrac{CE}{CD} = \dfrac{1}{2}$，

$\because \angle ECB = \angle DCA = \alpha$，

$\therefore \triangle BEC \backsim \triangle ADC$，

$\therefore \dfrac{BE}{AD} = \dfrac{1}{2}$，$\angle CDA = \angle CEB$，

延长BE交AD于点G，



$\because \angle CDA + \angle CEG = \angle CEB + \angle CEG = 180^\circ$，

$\therefore \angle EGD + \angle ECD = 360^\circ - 180^\circ = 180^\circ$，

$\because \angle ECD = 90^\circ$，

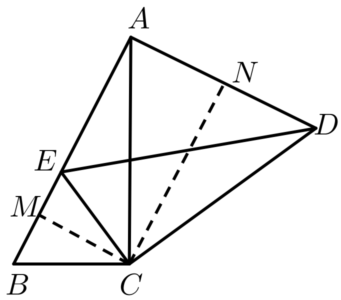
$\therefore \angle EGD$，

$\therefore BE \perp AD$，

综上所述：数量关系为$AD = 2BE$（或$BE = \dfrac{1}{2}AD$）；

位置关系为$BE \perp AD$．

② 作$CM \perp AB$，垂足为M；作$CN \perp AD$，垂足为M，



可得$\angle CME = \angle CND = 90^\circ$，

又$\because \angle CDA = \angle CEB$，

$\therefore \triangle CME \backsim \triangle CND$，

$\because CB = 1$，

$\therefore AC = CB = 2$，

在$\mathrm{Rt}\triangle ACB$中，$\angle ACB = 90^\circ$，由勾股定理得$AB = \sqrt{5}$，

$\because \dfrac{1}{2}AB \cdot CM = \dfrac{1}{2}CB \cdot CA$，

$\therefore CM = \dfrac{2}{5}\sqrt{5}$，

$\because \triangle CME \backsim \triangle CND$，

$\therefore \dfrac{CN}{CM} = \dfrac{CD}{CE} = 2$，

$\therefore CN = \frac{4}{5}\sqrt{5}$.