2020~2021学年山东济南历城区初三上学期期中数学试卷(详解)

一、选择题

1. 若$x=1$是关于x的方程$x^2+x+a=0$的一个根，则a的值为（　）．

A. 1　　B. 2　　C. -1　　D. -2

【答案】D

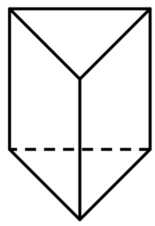
【解析】$\because x=1$是方程$x^2+x+a=0$的一个根，

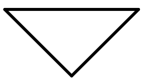
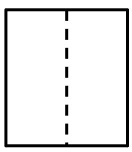
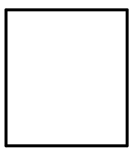
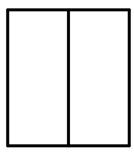
$\therefore 1^2+1+a=0$，

$\therefore a=-2$．

故选D．

2. 如图所示的几何体的主视图为（　）．



A. 　　B. 　　C. 　　D. 

【答案】D

【解析】从几何体的正面看，是一个矩形，矩形的中间有一条纵向的实线．

故选D．

3. 反比例函数$y=\dfrac{k}{x}$的图象经过点$A(-2,3)$，则此图象一定经过下列哪个点（　）．

A. $(3,2)$　　B. $(-3,-2)$　　C. $(-3,2)$　　D. $(-2,-3)$

【答案】C

【解析】A 选项：∵反比例函数$y=\frac{k}{x}$经过点$A(-2,3)$，

故$k=(-2)\times 3=-6$，

则$y=\frac{-6}{x}$．

$3\times 2=6$不在$y=\frac{-6}{x}$上．

故A错误．

B 选项：∵反比例函数$y=\frac{k}{x}$经过点$A(-2,3)$，

故$k=(-2)\times 3=-6$，

则$y=\frac{-6}{x}$．

$(-3)\times(-2)=6$不在$y=-\frac{6}{x}$上．

故B错误．

C 选项：∵反比例函数$y=\frac{k}{x}$经过点$A(-2,3)$，

故$k=(-2)\times 3=-6$，

则$y=\frac{-6}{x}$．

$(-3)\times 2=-6$在$y=-\frac{6}{x}$上，故C正确；

D 选项：∵反比例函数$y=\frac{k}{x}$经过点$A(-2,3)$，

故$k=(-2)\times 3=-6$，

则$y=\frac{-6}{x}$．

$(-2)\times(-3)=6$不在$y=-\frac{6}{x}$上．

故D错误．

故选 C．

4. 用配方法解方程$x^2-6x+4=0$时，原方程变形为（　）．

A. $(x+3)^2=9$　　B. $(x-3)^2=13$　　C. $(x-3)^2=5$　　D. $(x+3)^2=5$

【答案】C

【解析】$x^2-6x+4=0$，

$\therefore x^2-6x=-4$，

$x^2-6x+9=-4+9$，

$\therefore (x-3)^2=5$，

$\therefore$A、B、D选项错误，不符合题意．

故选C．

5. 一个袋子里有16个除颜色外其他完全相同的球，若摸到红球的机会为$\frac{3}{4}$，则可估计袋中红球的个数为（　）．

A. 12　　B. 4　　C. 6　　D. 不能确定

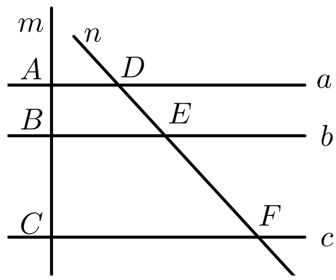
【答案】A

【解析】$\because$一个袋子里有16个除颜色外其他完全相同的球，若摸到红球的机会为$\frac{3}{4}$，

$\therefore$袋中红球的个数为$16\times\frac{3}{4}=12$，

故选A．

6. 如图，直线$a//b//c$，分别交直线m，n于点A，B，C，D，E，F．若$AB=2$，$BC=4$，$DE=3$，则EF的长是（　）．



A. 5　　B. 6　　C. 7　　D. 8

【答案】B

【解析】$\because a//b//c$，

$\therefore\frac{AB}{BC}=\frac{DE}{EF}$，

$\because AB=2$，$BC=4$，$DE=3$，

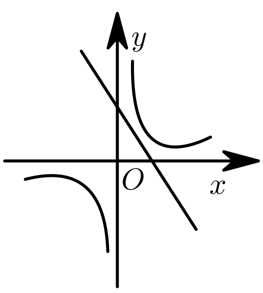
$\therefore\frac{2}{4}=\frac{3}{EF}$，

$\therefore EF=6$，

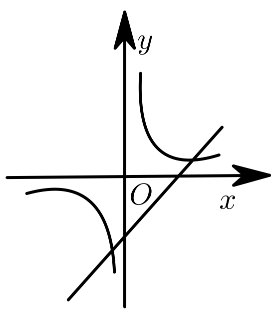
故选B．

7. 如图，函数$y=\frac{k}{x}$与$y=-kx+2(k\neq 0)$在同一平面直角坐标系中的大致图象可能是（　）．

A.

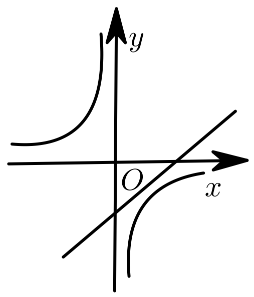


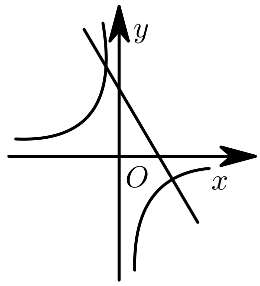
B.



C.

D.





【答案】A

【解析】在函数$y=\frac{k}{x}$和$y=-kx+2(k\neq 0)$中，

当$k>0$时，函数$y=\frac{k}{x}$的图象在第一、三象限，

函数$y=-kx+2$的图象在第一、二、四象限，

故B、D错误；故A正确．

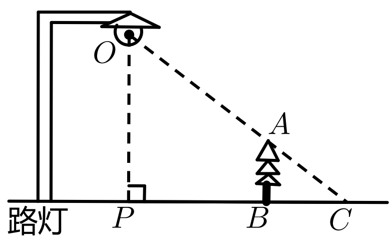
当$k<0$时，函数$y=\frac{k}{x}$的图象在第二、四象限，

函数$y=-kx+2$的图象在第一、二、三象限．

故C错误．

故选A．

8. 如图，小树AB在路灯O的照射下形成投影BC．若树高$AB=2\mathrm{m}$，树影$BC=3\mathrm{m}$，树与路灯的水平距离$BP=4.5\mathrm{m}$，则路灯的高度OP为（　）．



A. $5\mathrm{m}$　　B. $4.5\mathrm{m}$　　C. $4\mathrm{m}$　　D. $3\mathrm{m}$

【答案】A

【解析】由题可知，$\triangle ABC\backsim\triangle OPC$，

$\therefore\frac{AB}{BC}=\frac{OP}{PC}$，

$\therefore\frac{2}{3}=\frac{OP}{4.5+3}$，

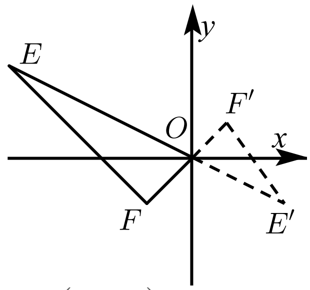
$\therefore OP=\frac{2\times 7.5}{3}=5$（m），

∴B、C、D选项错误，不符合题意，

∴答案为：A．

9.

如图，$\triangle OE'F'$与$\triangle OEF$关于原点O位似，相似比为$2:1$，已知$E(-4,2)$，$F(-1,-1)$，则点E的对应点E'的坐标为（　）．



A. $(2,1)$　　B. $\left(\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right)$　　C. $(2,-1)$　　D. $\left(2,-\frac{1}{2}\right)$

【答案】C

【解析】由题意可知，点E的对应点E'的坐标是$E(-4,2)$的坐标同时乘以$-\frac{1}{2}$，

所以$E'(2,-1)$．

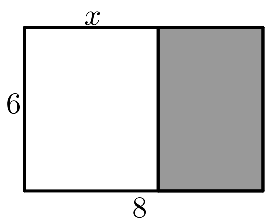
故选C．

10. 如图所示，长为$8\mathrm{cm}$，宽为$6\mathrm{cm}$的矩形中，截去一个矩形（图中阴影部分），如果剩下矩形与原矩形相似，那么剩下矩形的面积是（　）．

A. $28\mathrm{cm}^2$　　B. $27\mathrm{cm}^2$　　C. $21\mathrm{cm}^2$　　D. $20\mathrm{cm}^2$

【答案】B

【解析】如图，设剩下矩形的宽为x，



因为剩下矩形与原矩形相似，

所以$\frac{x}{6}=\frac{6}{8}$

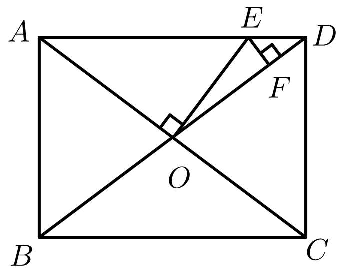
$x=\frac{9}{2}\mathrm{cm}$，

$S_{剩}=6\times\frac{9}{2}=27\mathrm{cm}^2$．

故选B．

11.

如图，矩形$ABCD$的对角线AC，BD交于点O，$AB=3$，$BC=4$，过点O作$OE\perp AC$，交AD于点E，过点E作$EF\perp BD$，垂足为F，则$OE+EF$的值为（　）．



A. $\frac{32}{5}$　　B. $\frac{24}{5}$　　C. $\frac{12}{5}$　　D. $\frac{6}{5}$

【答案】C

【解析】在矩形$ABCD$中，$AC=AB^2+BC^2=\sqrt{3^2+4^2}=5$，

且O为对角线AC与BD的交点，

$\therefore AO=OD=\frac{1}{2}AC=\frac{5}{2}$，

$S_{\triangle AOD}=\frac{1}{4}S_{矩ABCD}=\frac{1}{4}\times 3\times 4=3$，

又$\because S_{\triangle AOD}=S_{\triangle AOE}+S_{\triangle ODE}$

$=\frac{1}{2}AO\cdot EO+\frac{1}{2}DO\cdot EF$

$=\frac{1}{2}\cdot AO(EO+EF)$

$=\frac{1}{2}\times\frac{5}{2}\cdot(EO+EF)$

$=3$．

$\therefore EO+EF=3\div\frac{5}{4}=3\times\frac{4}{5}=\frac{12}{5}$，

∴A、B、D选项错误，不符合题意．

故选C．

12. 如图，正方形$ABCD$中，点F是BC边上一点，连接AF，以AF为对角线作正方形$AEFG$，边FG与正方形$ABCD$的对角线AC相交于点H，连接DG，以下四个结论：

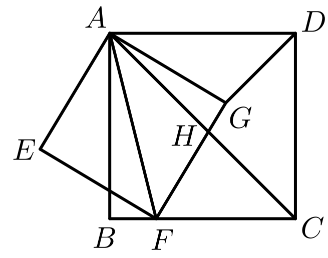
①$\angle EAB=\angle GAD$；

②$\triangle AFC\backsim\triangle AGD$；

③$DG\perp AC$；

④$2AE^2=AH\cdot AC$．

其中正确的个数为（　）．



A. 1个　　B. 2个　　C. 3个　　D. 4个

【答案】D

【解析】$\because$四边形$ABCD$，四边形$AEFG$都是正方形，

$\therefore\angle EAG=\angle BAD=90^\circ$，$\angle FAG=\angle AFG=\angle DAC=\angle ACB=45^\circ$，

$AF=\sqrt{2}AG$ ，$AC=\sqrt{2}AD$ ．

$\therefore\angle EAG-\angle BAG=\angle BAD-\angle BAG$，

$\therefore\angle EAB=\angle DAG$，故①正确；

$\because AF=\sqrt{2}AG$ ，$AC=\sqrt{2}AD$，

$\therefore\dfrac{AF}{AG}=\sqrt{2}=\dfrac{AC}{AD}$，

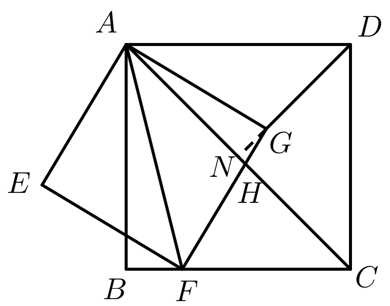
$\because\angle FAG=\angle CAD=45^\circ$，

$\therefore\angle FAC=\angle DAG$，

$\therefore\triangle FAC\backsim\triangle DAG$，故②正确，

$\therefore\angle ADG=\angle ACB=45^\circ$，

延长DG交AC于N，



$\because\angle CAD=45^\circ$，$\angle ADG=45^\circ$，

$\therefore\angle AND=90^\circ$，

$\therefore DG\perp AC$，故③正确．

$\because\angle FAC=\angle FAH$，$\angle AFG=\angle ACF=45^\circ$，

$\therefore\triangle AFH\backsim\triangle ACF$，

$\therefore\dfrac{AH}{AF}=\dfrac{AF}{AC}$，

$\therefore AF^2=AH\cdot AC$，

$\therefore 2AE^2=AH\cdot AC$，$\therefore$④正确．

$\therefore$①②③④正确．

故选D．

二、填空题

（本大题共6小题，每小题4分，共24分）

13. 已知$\frac{a}{b}=\frac{2}{3}$，则$\frac{a}{a+b}$的值是 ______．

【答案】$\frac{2}{5}$

【解析】$\because\frac{a}{b}=\frac{2}{3}$，

$\therefore$设$a=2k$，$b=3k$，

$\therefore\frac{a}{a+b}=\frac{2k}{2k+3k}=\frac{2}{5}$．

故答案为：$\frac{2}{5}$．

14. 一元二次方程$x(x-1)=0$的解是 ______ ．

【答案】$x_1=1$，$x_2=0$

【解析】$\because x(x-1)=0$，

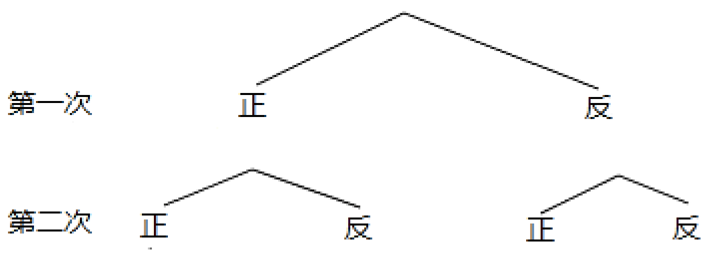
$x_1=1$，$x_2=0$，

$\therefore$一元二次方程$x(x-1)=0$的解是$x_1=1$，$x_2=0$．

15. 把一枚均匀的硬币连续抛掷两次，两次正面朝上的概率是 ______ ．

【答案】$\frac{1}{4}$ 或 0.25 或 0.25

【解析】画出树状图如下：



共4种情况，正面都朝上的情况数有1种，所以概率为$\frac{1}{4}$．

16. 已知菱形的周长为20，一条对角线长为8，则这个菱形的面积是 ______ ．

【答案】24

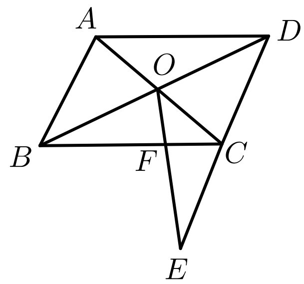
【解析】当菱形的周长为20，则边长为5，

因为菱形的对角线互相垂直平分，

所以另一条对角线长为$2\times\sqrt{5^2-4^2}=6$，

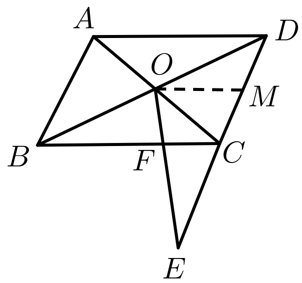
则这个菱形的面积是$\frac{1}{2}\times 6\times 8=24$．

17. 如图，在平行四边形$ABCD$中，对角线AC与BD相交于点O，在DC的延长线上取一点E，连接OE交BC于点F，已知$AB=4$，$BC=6$，$CE=2$，则CF的长等于 ______ ．



【答案】1.5

【解析】过O作$OM//BC$交CD于M，



$\because$在平行四边形$ABCD$中，$BO=DO$，$CD=AB=4$，$AD=BC=6$，

$\therefore CM=\frac{1}{2}CD=2$，$OM=\frac{1}{2}BC=3$，

$\because OM//CF$，

$\therefore\triangle CFE\backsim\triangle EMO$，

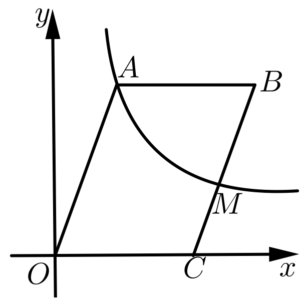
$\therefore\frac{CF}{OM}=\frac{CE}{EM}$，

即$\frac{CF}{3}=\frac{2}{4}$，

$\therefore CF=1.5$．

故答案为：1.5．

18. 如图，平行四边形$OABC$的周长为14，$\angle AOC=60^\circ$，以O为原点，OC所在直线为x轴建立直角坐标系，函数$y=\frac{k}{x}(x>0)$的图象经过平行四边形$OABC$的顶点A和BC的中点M，则k的值为 ______ ．



【答案】$4\sqrt{3}$

【解析】设$OA=a$，$OC=b$，

$\because$平行四边形$OABC$的周长为14，

$\therefore a+b=7$，

$\therefore b=7-a$，

作$AD\perp x$轴于D，$MN\perp x$轴于N，

$\because \angle AOC=60^\circ$，

$\therefore OD=\dfrac{1}{2}a$，$AD=\dfrac{\sqrt{3}}{2}a$，

$\therefore A\left(\dfrac{1}{2}a,\dfrac{\sqrt{3}}{2}a\right)$，

$\because M$是BC的中点，

$\therefore CN=\dfrac{1}{4}a$，$MN=\dfrac{\sqrt{3}}{4}a$，

$\therefore M\left(7-a+\dfrac{1}{4}a,\dfrac{\sqrt{3}}{4}a\right)$，

$\therefore \dfrac{1}{2}a\cdot\dfrac{\sqrt{3}}{2}a=\left(7-a+\dfrac{1}{4}a\right)\cdot\left(\dfrac{\sqrt{3}}{4}a\right)$，

解得$a=4$，

$\therefore A(2,2\sqrt{3})$

$\therefore k=2\times2\sqrt{3}=4\sqrt{3}$．

三、解答题

（本大题共8小题，共78分）

19. 解下列一元二次方程：

（ 1 ）$3x(x-2)=x-2$．

（ 2 ）$2x^2-5x+3=0$．

【答案】（ 1 ）$x_1=2$；$x_2=\dfrac{1}{3}$．

（ 2 ）$x_1=1$；$x_2=\dfrac{3}{2}$．

【解析】(1) $3x(x-2)=x-2$

$3x(x-2)-(x-2)=0$，

$\therefore(3x-1)(x-2)=0$，

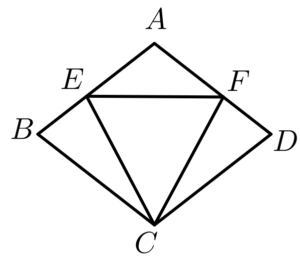
$\therefore x_1=2$；$x_2=\frac{1}{3}$．

(2) $2x^2-5x+3=0$

$(2x-3)(x-1)=0$，

$\therefore x_1=1$；$x_2=\frac{3}{2}$．

20. 如图所示，在菱形$ABCD$中，E、F分别为AB、AD上两点，$AE=AF$．



(1) 求证：$CE=CF$．

(2) 若$\angle ECF=60^\circ$，$\angle B=80^\circ$，试问$BC=CE$吗？请说明理由．

【答案】(1) 证明见解析．

(2) $BC=CE$，证明见解析．

【解析】(1) $\because ABCD$是菱形，

$\therefore AB=AD$，$BC=CD$，$\angle B=\angle D$，

$\because AE=AF$，

$\therefore AB-AE=AD-AF$，

$\therefore BE=DF$，

在$\triangle BCE$与$\triangle DCF$中，

$\because\begin{cases}BE=DF\\ \angle B=\angle D\\ BC=CD\end{cases}$，

$\therefore\triangle BCE\cong\triangle DCF$，

$\therefore CE=CF$．

(2) 结论是：$BC=CE$．

$\because ABCD$是菱形，$\angle B=80^\circ$，

$\therefore\angle A=100^\circ$，

$\because AE=AF$，

$\therefore\angle AEF=\angle AFE=\frac{180^\circ-100^\circ}{2}=40^\circ$，

由（1）知$CE=CF$，$\angle ECF=60^\circ$，

$\therefore\triangle CEF$是等边三角形，

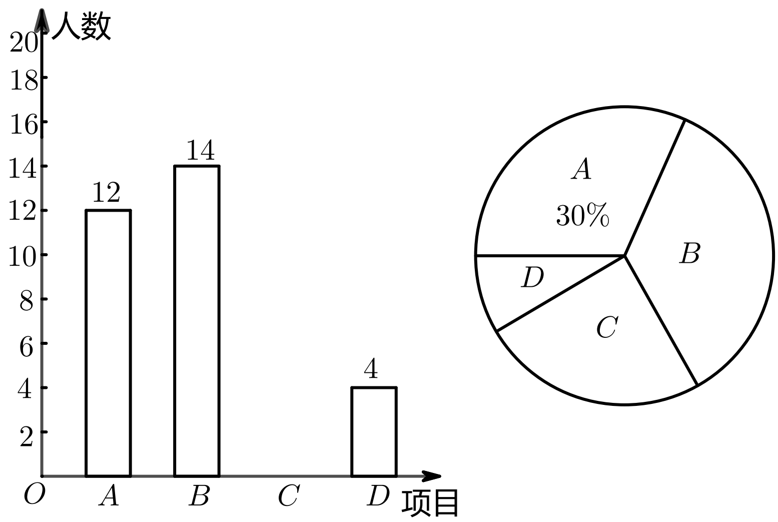
$\therefore\angle CEF=60^\circ$，

$\therefore\angle CEB=180^\circ-60^\circ-40^\circ=80^\circ$，

$\therefore\angle B=\angle CEB$，

$\therefore BC=CE$．

21. 为了传承中华优秀传统文化，培养学生自主、团结协作能力，某校推出了以下四个项目供学生选择：A．家乡导游；B．艺术畅游；C．体育世界；D．博物旅行．学校规定：每个学生都必须报名且只能选择其中一个项目，学校对某班学生选择的项目情况进行了统计，并绘制了如下两幅不完整的统计图，请结合统计图中的信息，解答下列问题：



（1）该班学生总人数为______．

（2）B项目所在扇形的圆心角的度数为______．

（3）将条形统计图补充完整．

（4）该校有1200名学生，请你估计选择“博物旅行”项目学生的人数．

【答案】（1）40

（2）126°

（3）画图见解析．

（4）120人．

【解析】（1）由条形图可知，A为12人，

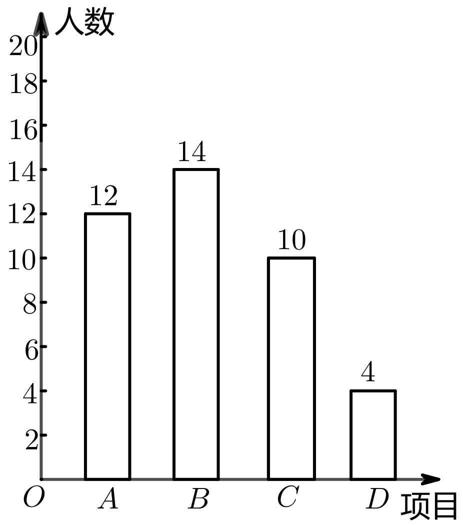
由扇形图可知，A占比为30%，

$\therefore$该班学生总人数为$\dfrac{12}{30\%}=40$（人）．

（2）圆心角度数为$\dfrac{14}{40}\times360^\circ=126^\circ$，

$\therefore B$项目所在扇形的圆心角的度数为126°．

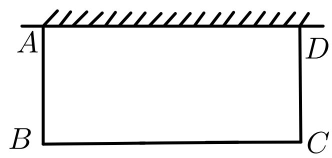
（ 3 ）C的人数为$40-12-14-4=10$（人）．



（ 4 ）学生人数为：$\frac{4}{40}\times1200=120$（人），

$\therefore$选择“博物旅行”项目学生的人数为120人．

22. 如图，某农户准备建一个长方形养鸡场，养鸡场的一边靠墙，若墙长为$18\mathrm{m}$，另三边用竹篱笆围成，篱笆总长$35\mathrm{m}$，围成长方形的养鸡场四周不能有空隙．



（ 1 ）要围成养鸡场的面积为$150\mathrm{m}^2$，则养鸡场的长和宽各为多少？

（ 2 ）围成养鸡场的面积能否达到$200\mathrm{m}^2$？请说明理由．

【答案】（ 1 ）养鸡场的长为15米，宽为10米．

（ 2 ）围成养鸡场的面积不能达到$200\mathrm{m}^2$；证明见解析．

【解析】（ 1 ）设垂直于墙的篱笆长为x米，则平行于墙的篱笆长为$(35-2x)$米．

则$x(35-2x)=150$，

$\therefore -2x^2+35x-150=0$，

$\therefore 2x^2-35x+150=0$．

$\therefore (2x-15)(x-10)=0$，

$\therefore x_1=10$；$x_2=\frac{15}{2}$，

又$\because 0<35-2x<18$，

$\therefore \frac{17}{2}<x<\frac{35}{2}$，

$\therefore$取$x=10$．

$\therefore$养鸡场的长为$35-2\times10=15$米，宽为10米．

（ 2 ）$x(35-2x)=200$，

$\therefore 35x-2x^2=200$，

$\therefore 2x^2+200-35x=0$，

$\Delta=b^2-4ac=(-35)^2-4\times2\times200$

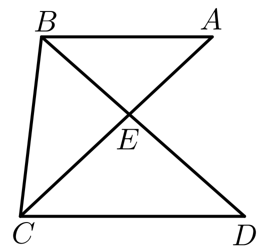
$=1225-1600$

$=-375<0$，

∴方程无解，

∴围成养鸡场的面积不能达到$200\mathrm{m}^2$．

23. 如图，$AB//CD$，AC与BD交于点E，且$AB=6$，$AE=4$，$AC=9$．



（ 1 ）求CD的长．

（ 2 ）求证：$\triangle ABE\backsim\triangle ACB$．

【答案】（ 1 ）$\dfrac{15}{2}$．

（ 2 ）证明见解析．

【解析】（ 1 ）$\because AE=4$，$AC=9$，

$\therefore CE=AC-AE=9-4=5$，

$\because AB//CD$，

$\therefore\triangle CDE\backsim\triangle ABE$，

$\therefore\dfrac{CD}{AB}=\dfrac{CE}{AE}$，

$\therefore CD=\dfrac{AB\cdot CE}{AE}=\dfrac{6\times5}{4}=\dfrac{15}{2}$．

（ 2 ）$\because\dfrac{AE}{AB}=\dfrac{4}{6}=\dfrac{2}{3}$，$\dfrac{AB}{AC}=\dfrac{6}{9}=\dfrac{2}{3}$，

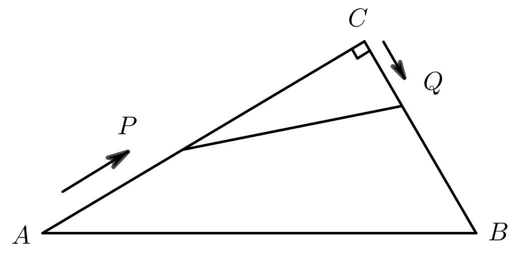
$\therefore\dfrac{AE}{AB}=\dfrac{AB}{AC}$，

$\because\angle A=\angle A$，

$\therefore\triangle ABE\backsim\triangle ACB$．

24. 在$\mathrm{Rt}\triangle ABC$中，$\angle C=90^\circ$， $AC=20\mathrm{cm}$， $BC=15\mathrm{cm}$，现有动点P从点A出发，沿AC向点C方向运动，动点Q从点C出发，沿线段CB也向点B方向运动，如果点P的速度是$4\mathrm{cm}/$秒，点Q的速度是$2\mathrm{cm}/$秒，它们同时出发，当有一点到达所在线段的端点时，就停止运动．设运动时间为t

秒．求：



（1）当$t=3$秒时，这时，P，Q两点之间的距离是多少？

（2）当t为多少时，PQ的长度等于$4\sqrt{10}$？

（3）当t为多少秒时，以点C，P，Q为顶点的三角形与$\triangle ABC$相似?

【答案】（1）$10\mathrm{cm}$．

（2）25．

（3）$t=3$或$t=\dfrac{40}{11}$．

【解析】（1）根据题意得：$AP=4t\mathrm{cm}$，$CP=AC-AP=(20-4t)\mathrm{cm}$，$CQ=2t\mathrm{cm}$，

则当$t=3$秒时，$CP=8\mathrm{cm}$，$CQ=6\mathrm{cm}$，

$\because$在$\mathrm{Rt}\triangle ABC$中，$\angle C=90^\circ$，

$\therefore PQ=\sqrt{CP^2+CQ^2}=10(\mathrm{cm})$，

即当$t=3$秒时，P、Q两点之间的距离是$10\mathrm{cm}$．

（2）由（1）可知，$PQ=\sqrt{CP^2+CQ^2}$

$=\sqrt{(20-4t)^2+(2t)^2}$，

又$\because PQ=4\sqrt{10}$，

$\therefore 4\sqrt{10}=\sqrt{(20-4t)^2+(2t)^2}$，

$\therefore 160=400+16t^2-160t+4t^2$，

$\therefore 20t^2-160t+240=0$，

$\therefore t^2-8t+12=0$，

$\therefore (t-2)(t-6)=0$，

$\therefore t_1=2$；$t_2=6$，

当$t=6$时，$CP=20-4t=20-24=-4$，

$\therefore t=6$不符合题意，

$\therefore t$取2，

$\therefore$当t为25时，PQ的长度等于$4\sqrt{10}$．

（3）分两种情况：

①当$\mathrm{Rt}\triangle CPQ\backsim\mathrm{Rt}\triangle CAB$时，$\dfrac{CP}{CA}=\dfrac{CQ}{CB}$，

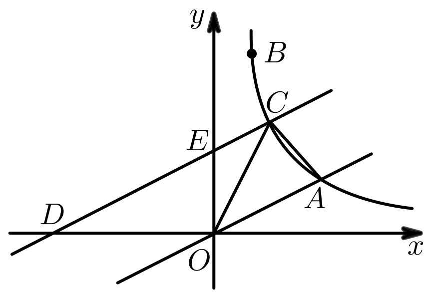
即$\dfrac{20-4t}{20}=\dfrac{2t}{15}$，解得$t=3$；

②当$\mathrm{Rt}\triangle CPQ\backsim\mathrm{Rt}\triangle CBA$时，$\dfrac{CP}{CB}=\dfrac{CQ}{CA}$，

即$\dfrac{20-4t}{15}=\dfrac{2t}{20}$，解得$t=\dfrac{40}{11}$，

因此$t=3$或$t=\dfrac{40}{11}$时，以点C、P、Q为顶点的三角形与$\triangle ABC$相似．

25. 如图，函数$y=\dfrac{k}{x}(x>0)$的图象过点$A(n,2)$和$B\left(\dfrac{8}{5},2n-3\right)$两点．



（1）求n和k的值．

（2）将直线OA沿x轴向左移动得直线DE，交x轴于点D，交y轴于点E，交$y=\dfrac{k}{x}(x>0)$于点C，若$S_{\triangle ACO}=6$，求直线DE解析式．

（3）在（2）的条件下，第二象限内是否存在点F，使得$\triangle DEF$为等腰直角三角形，若存在，请直接写出点F的坐标；若不存在，请说明理由．

【答案】（1）$n=4$，$k=8$．

（2）$DE:y=\dfrac{1}{2}x+\dfrac{3}{5}\sqrt{10}$．

（3）$\left(-\dfrac{9}{10}\sqrt{10},\dfrac{9}{10}\sqrt{10}\right)$．

【解析】（1）把$A(n,2)$，$B\left(\dfrac{8}{5},2n-3\right)$代入$y=\dfrac{k}{x}$可得：$k=2n=\dfrac{8}{5}(2n-3)$，

解得：$n=4$，$k=8$．

（2）由（1）可知：$A(4,2)$，反比例函数$y=\dfrac{8}{x}$，

故直线$OA:y=\dfrac{1}{2}x$，可设直线DE为：$y=\dfrac{1}{2}x+b(b>0)$，

令$y=0$，则$x=-2b$，则$D(-2b,0)$，则$OD=2b$，

又$S_{\triangle ACD}=6$，故$\dfrac{1}{2}OD\cdot y_C=6$，$y_C=\dfrac{6}{b}$，

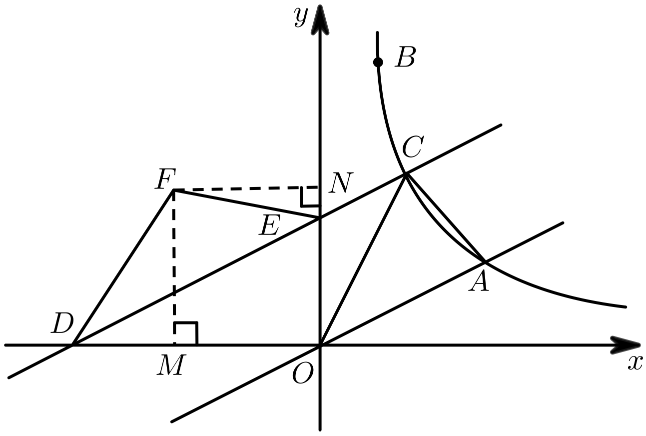
令$y=\dfrac{6}{b}$，则$\dfrac{1}{2}x+b=\dfrac{6}{b}$，$x=-2b+\dfrac{12}{b}$，

把$C\left(-2b+\dfrac{12}{b},\dfrac{6}{b}\right)$代入$y=\dfrac{8}{x}$得$\left(-2b+\dfrac{12}{b}\right)\cdot\dfrac{6}{b}=8$，

解得：$b=\pm\dfrac{3}{5}\sqrt{10}$，又$b>0$，故$b=\dfrac{3}{5}\sqrt{6}$，

故直线$DE:y=\dfrac{1}{2}x+\dfrac{3}{5}\sqrt{10}$．

（3）存在，过点F作$FM\perp x$轴于M，$FN\perp y$轴于N，



则$\angle DMF=\angle ENF=90^\circ$，$\angle DFE=\angle MFN=90^\circ$，

故$\angle DFE-\angle MFE=\angle MFN-\angle MFE$，

即$\angle DFM=\angle EFN$，又$DF=EF$，

$\therefore\triangle DFM\cong\triangle EFN(\mathrm{AAS})$，

$\therefore DM=EN$，$FM=FN$，

故四边形$OMFN$是正方形，故$OM=ON$，

由（2）知直线$DE:y=\dfrac{1}{2}x+\dfrac{3}{5}\sqrt{10}$，

令$x=0$，$y=\dfrac{3}{5}\sqrt{10}$，令$y=0$，$x=-\dfrac{6}{5}\sqrt{10}$，

故$OD=\dfrac{6}{5}\sqrt{10}$，$OE=\dfrac{3}{5}\sqrt{10}$，

设$DM=EN=a$，则$\dfrac{6}{5}\sqrt{10}-a=\dfrac{3}{5}\sqrt{10}+a$，则$a=\dfrac{3}{10}\sqrt{10}$，

故$OM=ON=\dfrac{3}{5}\sqrt{10}+\dfrac{3}{10}\sqrt{10}=\dfrac{9}{10}\sqrt{10}$，

故F的坐标为：$\left(-\dfrac{9}{10}\sqrt{10},\dfrac{9}{10}\sqrt{10}\right)$．

26. 解答下列问题．

（1）如图1，$\triangle ABC$和$\triangle CDE$均为等边三角形，直线AD和直线BE交于点F．

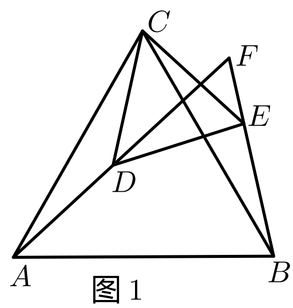


图1

① 求证：$AD=BE$．

② 求$\angle AFB$的度数．

（2）如图2，$\triangle ABC$和$\triangle CDE$均为等腰直角三角形，$\angle ABC=\angle DEC=90^\circ$，直线$AD$和直线$BE$交于点$F$．

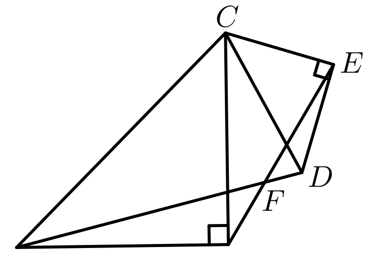


图 2

① 求证：$AD=\sqrt{2}BE$．

② 若$AB=BC=3$，$DE=EC=\sqrt{2}$，将$\triangle CDE$绕着点C在平面内旋转，当点D落在线段BC上时，在图3中画出图形，并求BF的长度．

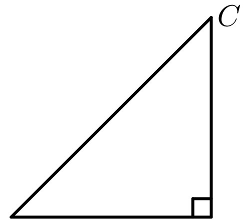


图 3

【答案】（1）① 证明见解析．

② $\angle AFB=60^\circ$．

（2）① 证明见解析．

② 画图见解析，$BF=\dfrac{3}{5}\sqrt{5}$．

【解析】（1）① $\because\triangle ABC$和$\triangle CDE$均为等边三角形，

$\therefore CA=CB$，$CD=CE$，$\angle ACB=\angle DCE=60^\circ$，

$\therefore\angle ACD=\angle BCE$，

$\therefore\triangle ACD\cong\triangle BCE(\text{SAS})$，

$\therefore AD=BE$，$\angle CAD=\angle CBF$．

② 如图（1）设BC交AF于点G，

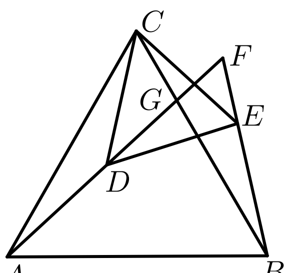


图 (1)

$\because\angle AGC=\angle BGF$，$\angle CAD=\angle CBF$，

$\therefore\angle BFG=\angle ACG=60^\circ$，

即$\angle AFB=60^\circ$．

（2）① $\because\angle ABC=\angle DEC=90^\circ$，$AB=BC$，$DE=EC$，

$\therefore\angle ACB=\angle DCE=45^\circ$，$\dfrac{AC}{BC}=\dfrac{DC}{EC}=\sqrt{2}$，

$\therefore \angle ACD = \angle BCE$，

$\therefore \triangle ACD \backsim \triangle BCE$,

$\therefore \frac{AD}{BE} = \frac{AC}{BC} = \sqrt{2}$，

$\therefore AD = \sqrt{2}BE$．

② 当点D落在线段BC上时，

如图（2）所示，

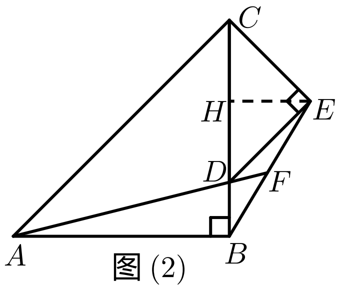


图 (2)

则$CD = \sqrt{2}CE = 2$，$BD = BC - CD = 3 - 2 = 1$，

过点E作$EH \perp BC$于点H，

则$CH = EH = DH = 1$，$BH = BC - CH = 3 - 1 = 2$，

$\therefore BE = \sqrt{BH^2 + EH^2} = \sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{5}$，

$\because \angle ACD = \angle BCE = 45^\circ$，$\frac{AC}{BC} = \frac{DC}{EC} = \sqrt{2}$，

$\therefore \triangle ACD \backsim \triangle BCE$，

$\therefore \angle CAD = \angle CBE$，

又$\because \angle ADC = \angle BDF$，

$\therefore \angle BFD = \angle ACD = 45^\circ$，

$\therefore \angle BFD = \angle BCE = 45^\circ$，

又$\because \angle DBF = \angle EBC$，

$\therefore \triangle BDF \backsim \triangle BEC$，

$\therefore \frac{BF}{BC} = \frac{BD}{BE}$，

$\therefore \frac{BF}{3} = \frac{1}{\sqrt{5}}$，

$\therefore BF = \frac{3}{5}\sqrt{5}$．