

# 2020~2021学年山东济南高新区初二上学期期中数学试卷(详解)

## 一、选择题

(本大题共12小题,每小题4分,共48分)

1. 16的算术平方根是( ) .

- A. -4                      B.  $\pm 4$                       C. 4                      D. 256

【答案】 C

【解析】  $(\pm 4)^2 = 16$  ,

16的算术平方根是4 .

故选C .

2. 若电影院中“5排8号”的位置,记作(5,8),丽丽的电影票是“3排1号”.则下列有序数对表示丽丽在电影院位置正确的是( ) .

- A. (3,1)                      B. (1,3)                      C. (13,31)                      D. (31,13)

【答案】 A

【解析】  $\because$ 有序数对的第一个数表示第几排,第二个数表示第几号,

$\therefore$ 丽丽在电影院位置是(3,1) .

故选A .

3. 从空中落下一个物体,它降落的速度随时间的变化而变化,即落地前速度随时间的增大而逐渐增大,这个问题中自变量是( ) .

- A. 物体                      B. 速度                      C. 时间                      D. 空气

【答案】 C

【解析】 因为速度随时间的变化而变化,

故时间是自变量,速度是因变量,

即速度是时间的函数.

故选: C.

4. 下列各组数中是方程  $x + 2y = 17$  的解的是 ( ).

A.  $\begin{cases} x = 1 \\ y = 7 \end{cases}$

B.  $\begin{cases} x = 6 \\ y = 5 \end{cases}$

C.  $\begin{cases} x = -3 \\ y = 10 \end{cases}$

D.  $\begin{cases} x = 36 \\ y = -10 \end{cases}$

【答案】 C

【解析】 A 选项: 代入方程, 得左边 =  $1 + 14 = 15 \neq$  右边, 故 A 错误;

B 选项: 代入方程, 得左边 =  $6 + 10 = 16 \neq$  右边, 故 B 错误;

C 选项: 代入方程, 得左边 =  $-3 + 20 = 17 =$  右边, 故 C 正确;

D 选项: 代入方程, 得左边 =  $36 - 20 = 16 \neq$  右边, 故 D 错误.

故选 C.

5. 下列各式中, 是最简二次根式的是 ( ).

A.  $\sqrt{\frac{1}{2}}$

B.  $\sqrt{18}$

C.  $\sqrt{5}$

D.  $\sqrt{0.4}$

【答案】 C

【解析】 A 选项:  $\sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ , 不是最简二次根式;

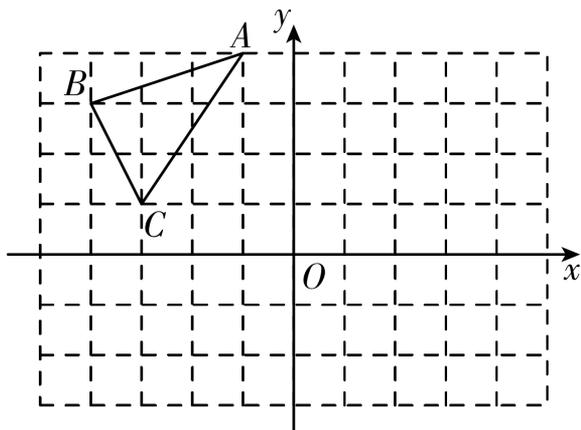
B 选项:  $\sqrt{18} = 3\sqrt{2}$ , 不是最简二次根式;

C 选项:  $\sqrt{5}$  是最简二次根式;

D 选项:  $\sqrt{0.4} = \frac{\sqrt{10}}{5}$  不是最简二次根式.

故选 C.

6. 如图,  $\triangle ABC$  的顶点都在正方形网格格点上, 点 A 的坐标为  $(-1, 4)$ . 将  $\triangle ABC$  沿 y 轴翻折到第一象限, 则点 C 的对应点  $C'$  的坐标是 ( )



A. (3, 1)

B. (-3, -1)

C. (1, -3)

D. (3, -1)

【答案】 A

【解析】 由A点坐标, 得 $C(-3, 1)$ .

由翻折, 得点 $C'$ 与点 $C$ 关于 $y$ 轴对称,  $C'(3, 1)$ .

故选: A.

7. 方程组  $\begin{cases} 2x + y = \bullet \\ x + y = 3 \end{cases}$  的解为  $\begin{cases} x = 2 \\ y = \bullet \end{cases}$ , 则被遮盖的两个数分别为 ( ).

A. 2, 1

B. 2, 3

C. 5, 1

D. 2, 4

【答案】 C

【解析】 将 $x = 2$ 代入 $x + y = 3$ ,

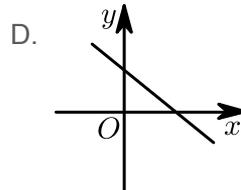
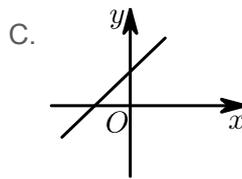
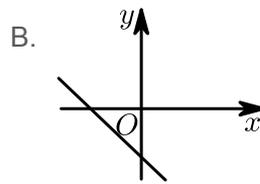
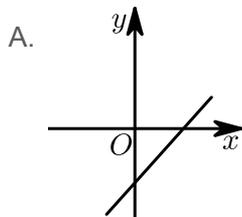
$\therefore y = 1$ ,

将 $x = 2, y = 1$ 代入 $2x + y$ ,

$2x + y = 2 \times 2 + 1 = 5$ ,

故选: C.

8. 已知点 $(m, n)$ 在第二象限, 则直线 $y = nx + m$ 图象大致是下列的 ( ).



【答案】 A

【解析】  $\because$ 点 $(m, n)$ 在第二象限,

$\therefore m < 0, n > 0$ ,

$\therefore$ 直线 $y = nx + m$ 在一、三、四象限.

故选A.

9.

点A在数轴上表示的数为 $-\sqrt{15}$ ，点B在数轴上表示的数为 $\sqrt{7}$ ，则A、B之间表示整数的点有（ ）。

- A. 5个                      B. 6个                      C. 7个                      D. 8个

【答案】 B

【解析】  $\because -\sqrt{16} < -\sqrt{15} < -\sqrt{9}$ ，

$$\therefore -4 < \sqrt{15} < -3，$$

$$\because \sqrt{4} < \sqrt{7} < \sqrt{9}，$$

$$\therefore 2 < \sqrt{7} < 3，$$

$\therefore -\sqrt{15}$ 与 $\sqrt{7}$ 之间的整数点有 $-3, -2, -1, 0, 1, 2$ 共6个。

故选B。

10. 正比例函数 $y = kx$ ，当 $x$ 每增加3时， $y$ 就减小2，则 $k$ 的值为（ ）。

- A.  $\frac{3}{2}$                       B.  $-\frac{3}{2}$                       C.  $\frac{2}{3}$                       D.  $-\frac{2}{3}$

【答案】 D

【解析】 根据题意得 $y - 2 = k(x + 3)$ ， $y - 2 = kx + 3k$ ，

$$\text{而 } y = kx，$$

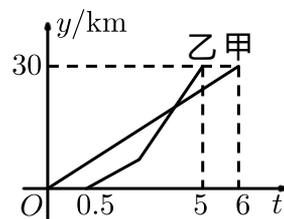
$$\text{所以 } 3k = -2，\text{解得 } k = -\frac{2}{3}。$$

故选D。

11. A, B两地相距30km，甲乙两人沿同一条路线从A地到B地。如图，反映的是两人行进路程 $v(\text{km})$ 与行进时间 $t(\text{h})$ 之间的关系，

- ①甲始终是匀速行进，乙的行进不是匀速的；
- ②乙用了5个小时到达目的地；
- ③乙比甲迟出发0.5小时；
- ④甲在出发5小时后被乙追上。

以上说法正确的个数有（ ）。



- A. 1个                      B. 2个                      C. 3个                      D. 4个

【答案】 B

【解析】 由图象可得，

甲始终是匀速行进，乙的行进不是匀速的，故①正确；

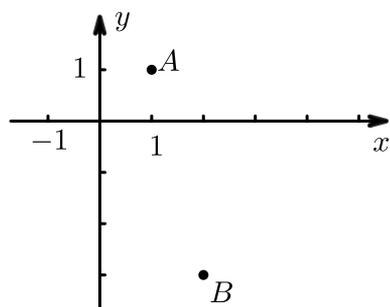
乙用了 $5 - 0.5 = 4.5$ 个小时到达目的地，故②错误；

乙比甲迟出发0.5小时，故③正确；

甲在出发不到5小时后被乙追上，故④错误。

故选B。

12. 已知，如图点 $A(1, 1)$ ， $B(2, -3)$ ，点 $P$ 为 $x$ 轴上一点，当 $|PA - PB|$ 最大时，点 $P$ 的坐标为 ( ) .



A.  $(\frac{1}{2}, 0)$

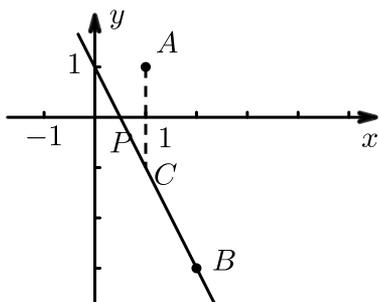
B.  $(\frac{5}{4}, 0)$

C.  $(-\frac{1}{2}, 0)$

D.  $(1, 0)$

【答案】 A

【解析】 作 $A$ 关于 $x$ 轴对称点 $C$ ，连接 $BC$ 并延长交 $x$ 轴于点 $P$ ，



$\because A(1, 1)$ ，

$\therefore C$ 的坐标为 $(1, -1)$ ，

连接 $BC$ ，

$\therefore$ 直线 $BC$ 的解析式为： $y = -2x + 1$ ，

当 $y = 0$ 时， $x = \frac{1}{2}$ ，

$\therefore$ 点 $P$ 的坐标为： $(\frac{1}{2}, 0)$ ，

$\therefore$ 当 $B, C, P$ 不共线时，根据三角形三边的关系可得：

$|PA - PB| = |PC - PB| < BC$ ，

∴此时 $|PA - PB| = |PC - PB| = BC$ 取得最大值.

故选A.

## 二、填空题

(本大题共6小题, 每小题4分, 共24分)

13. 将一点 $A(1, 2)$ 向右平移2个单位得到一个对应点 $A'$ , 则点 $A'$ 的坐标是 \_\_\_\_\_ .

【答案】(3, 2)

【解析】点 $A(1, 2)$ 向右平移2个单位得到对应点 $A'$ , 则 $A'(1 + 2, 2)$ , 即(3, 2).

故答案为:(3, 2).

14. 化简: $\sqrt{18} \times \sqrt{\frac{1}{2}} =$  \_\_\_\_\_ .

【答案】3

【解析】 $\sqrt{18} \times \sqrt{\frac{1}{2}} = \sqrt{18 \times \frac{1}{2}} = \sqrt{9} = 3$ .

故答案为:3.

15. 某汽车生产厂对其生产的A型汽车进行油耗试验, 试验中汽车为匀速行驶, 在行使过程中, 油箱的余油量 $y$ (升)与行驶时间 $t$ (小时)之间的关系如下表:

$t$ (小时)	0	1	2	3
$y$ (升)	100	92	84	76

由表格中 $y$ 与 $t$ 的关系可知, 当汽车行驶 \_\_\_\_\_ 小时, 油箱的余油量为40升.

【答案】7.5

【解析】根据表格信息, 时间每增加1小时, 油箱的余油量就减少8升,

因此油箱的余油量 $y$ (升)与行驶时间 $t$ (小时)之间的关系为:

$$y = 100 - 8t,$$

当 $y = 40$ 时,  $100 - 8t = 40$ ,  $t = 7.5$ .

故答案为:7.5.

16. 若 $|a + b - 1| + (a - b + 3)^2 = 0$ , 则 $a^2 - b^2 =$  \_\_\_\_\_ .

【答案】 -3

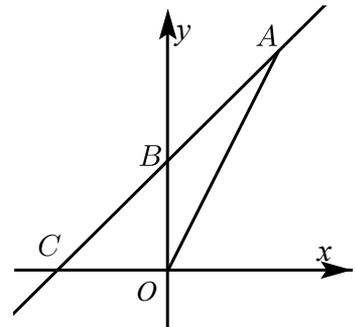
【解析】  $\because |a+b-1| + (a-b+3)^2 = 0$ ,

$$\therefore a+b-1=0, a-b+3=0,$$

$$\therefore a+b=1, a-b=-3,$$

$$\therefore a^2 - b^2 = (a+b)(a-b) = 1 \times (-3) = -3.$$

17. 如图，一次函数  $y = kx + b$  的图象经过  $A(1, 2)$ ， $B(0, 1)$  两点，与  $x$  轴交于点  $C$ ，则  $\triangle AOC$  的面积为 \_\_\_\_\_ .



【答案】 1

【解析】 将  $A(1, 2)$ ， $B(0, 1)$  代入  $y = kx + b$ ，

$$\text{得：} \begin{cases} k + b = 2 \\ b = 1 \end{cases},$$

$$\text{解得：} \begin{cases} k = 1 \\ b = 1 \end{cases},$$

$\therefore$  直线  $AB$  的解析式为  $y = x + 1$  .

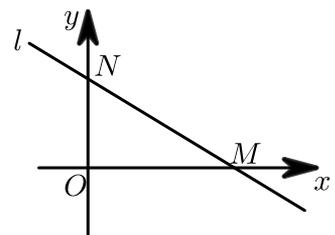
当  $y = 0$  时， $x + 1 = 0$ ，解得： $x = -1$ ，

$\therefore$  点  $C$  的坐标为  $(-1, 0)$ ， $OC = 1$ ，

$$\therefore S_{\triangle AOC} = \frac{1}{2} OC \cdot y_A = \frac{1}{2} \times 1 \times 2 = 1.$$

故答案为：1 .

18. 如图，直线  $l: y = -\frac{1}{2}x + 1$  分别于  $x$ 、 $y$  轴交于  $M$ 、 $N$  两点，若在  $x$  轴上存在一点  $P$ ，使  $\triangle PMN$  是以  $MN$  为底的等腰三角形，则点  $P$  的坐标是 \_\_\_\_\_ .



【答案】  $(\frac{3}{4}, 0)$

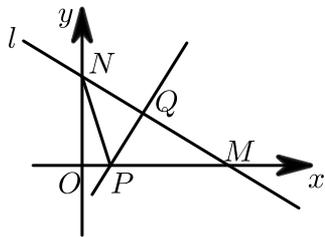
【解析】∵直线 $l: y = -\frac{1}{2}x + 1$ 分别与 $x$ 、 $y$ 轴交于 $M$ 、 $N$ 两点，

∴令 $y = 0$ ，求得 $x = 2$ ，令 $x = 0$ ，求得 $y = 1$ ，

∴ $M(2, 0)$ ， $N(0, 1)$ ，

∴ $MN = \sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{5}$ ，

作 $MN$ 的垂直平分线 $PQ$ ，交 $x$ 轴于 $P$ ，交 $MN$ 于 $Q$ ，



则 $\triangle PMN$ 是以 $MN$ 为底的等腰三角形，

∴ $QM = \frac{\sqrt{5}}{2}$ ，

∴ $\angle OMN = \angle QMP$ ， $\angle MON = \angle PQM = 90^\circ$ ，

∴ $\triangle PQM \sim \triangle NOM$ ，

∴ $\frac{PM}{MN} = \frac{QM}{OM}$ ，即 $\frac{PM}{\sqrt{5}} = \frac{\frac{\sqrt{5}}{2}}{2}$ ，

∴ $PM = \frac{5}{4}$ ，

∴ $OP = 2 - \frac{5}{4} = \frac{3}{4}$ ，

∴ $P\left(\frac{3}{4}, 0\right)$ 。

故答案为 $\left(\frac{3}{4}, 0\right)$ 。

### 三、解答题

(本大题共9小题，共78分)

19. 计算： $2\sqrt{\frac{1}{2}} - \sqrt{27} + \sqrt{8} + \sqrt{12}$ 。

【答案】 $3\sqrt{2} - \sqrt{3}$ 。

【解析】原式 $= \sqrt{4 \times \frac{1}{2}} - 3\sqrt{3} + 2\sqrt{2} + 2\sqrt{3}$   
 $= \sqrt{2} + 2\sqrt{2} - \sqrt{3}$   
 $= 3\sqrt{2} - \sqrt{3}$ 。

20. 计算： $(\sqrt{3} + \sqrt{2})(\sqrt{3} - \sqrt{2}) + (\sqrt{3} + \sqrt{2})^2$ 。

【答案】 $6 + 2\sqrt{6}$ 。

【解析】  $(\sqrt{3} + \sqrt{2})(\sqrt{3} - \sqrt{2}) + (\sqrt{3} + \sqrt{2})^2$   
 $= (\sqrt{3} + \sqrt{2})[(\sqrt{3} - \sqrt{2}) + (\sqrt{3} + \sqrt{2})]$   
 $= (\sqrt{3} + \sqrt{2})(\sqrt{3} - \sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{2})$   
 $= (\sqrt{3} + \sqrt{2}) \times 2\sqrt{3}$   
 $= 2\sqrt{3} \times \sqrt{3} + 2\sqrt{3} \times \sqrt{2}$   
 $= 6 + 2\sqrt{6}.$

21. 解方程组： $\begin{cases} 2x + y = 3 \\ 3x - 5y = 11 \end{cases}.$

【答案】  $\begin{cases} x = 2 \\ y = -1 \end{cases}$

【解析】  $\begin{cases} 2x + y = 3 \text{①} \\ 3x - 5y = 11 \text{②} \end{cases}$

$5\text{①} + \text{②}$ 得， $13x = 26$ ，解得 $x = 2$ ， $\begin{cases} x = 2 \\ y = -1 \end{cases}$

把 $x = 2$ 代入①得， $4 + y = 3$ ，解得 $y = -1$ ，

故此方程组的解为： $\begin{cases} x = 2 \\ y = -1 \end{cases}.$

22. 同学们，学习了无理数之后，我们已经把数的领域扩大到了实数的范围，下面让我们在几个具体的图形中认识一下无理数。

(1) 如图1，直径为1个单位长度的圆从原点 $O$ 沿数轴向右滚动一周，圆上的一点 $P$ （开始滚动时与点 $O$ 重合）由原点到达点 $O'$ ，则 $OO'$ 的长度就等于圆的周长 $\pi$ ，所以数轴上点 $O'$ 代表的实数就是\_\_\_\_\_，它是一个无理数。

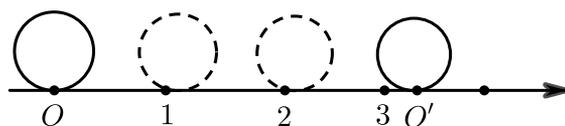


图1

(2) 如图2，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $AC = 2$ ， $BC = 1$ ，根据勾股定理可求得 $AB =$ \_\_\_\_\_。

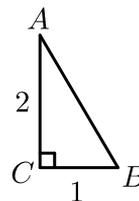
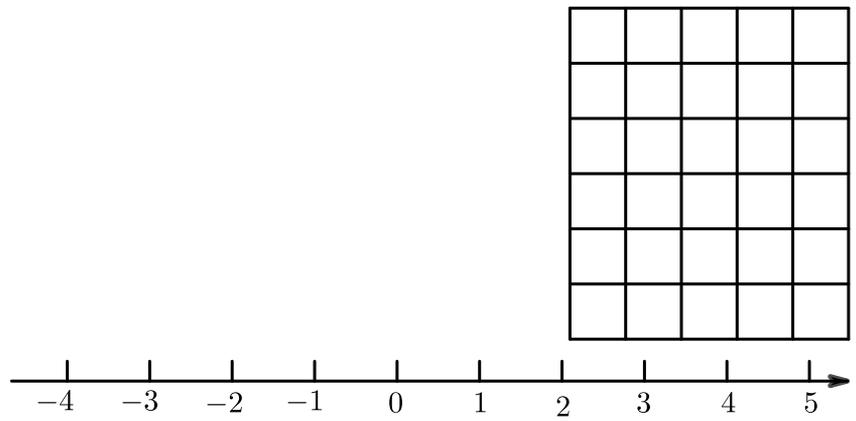


图2

(3) 你能在 $6 \times 8$ 的网格图中（每个小正方形边长均为1），画出一条长为 $\sqrt{10}$ 的格点线段吗？



( 4 ) 请你在数轴上找到表示 $-\sqrt{5}$ 的点 .

**【答案】** ( 1 )  $\pi$

( 2 )  $\sqrt{5}$

( 3 ) 画图见解析 .

( 4 ) 画图见解析 .

**【解析】** ( 1 ) 由题意得： $OO' = \pi \times 1 = \pi$  ,

则 $OO'$ 的长度是 $\pi$  ,

所以数轴上点 $O'$ 代表的实数就是 $\pi$  ,

它是一个无理数 .

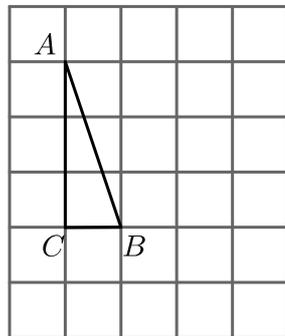
故答案为： $\pi$  .

( 2 ) 由勾股定理得：

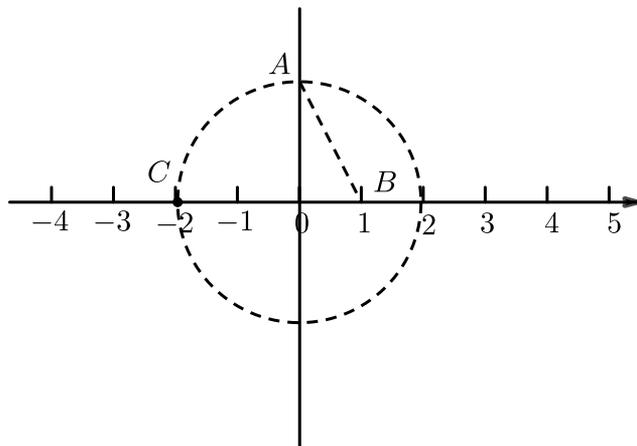
$$AB = \sqrt{AC^2 + BC^2} = \sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{5} ,$$

故答案为： $\sqrt{5}$  .

( 3 ) 如图，取 $BC = 1$  ,  $AC = 3$  , 则 $AB = \sqrt{10}$  .



( 4 ) 如图，点 $C$ 就是表示 $-\sqrt{5}$ 的点 .



23. 先阅读下列材料，再解决问题：

阅读材料：数学上有一种根号内又带根号的数，形如  $\sqrt{a \pm 2\sqrt{b}}$ ，如果你能找到两个数  $m$ 、 $n$ ，使  $m^2 + n^2 = a$ ，且  $mn = \sqrt{b}$ ，则  $\sqrt{a \pm 2\sqrt{b}}$  可变形为  $\sqrt{m^2 + n^2 \pm 2mn} = \sqrt{(m \pm n)^2} = |m \pm n|$ ，从而达到化去一层根号的目的。

例如：

$$\sqrt{3 - 2\sqrt{2}} = \sqrt{1 + 2 - 2\sqrt{2}} = \sqrt{1^2 + (\sqrt{2})^2 - 2 \times 1 \times \sqrt{2}} = \sqrt{(1 - \sqrt{2})^2} = |1 - \sqrt{2}| = \sqrt{2} - 1$$

仿照上例完成下面各题：

$$\begin{aligned} (1) \text{ 填上适当的数：} & \sqrt{13 - 2\sqrt{42}} = \sqrt{6 + 7 - 2 \times \sqrt{6} \times \sqrt{7}} \\ & = \sqrt{(\quad)^2} \quad \text{---} \\ & = |\quad| \\ & = \quad . \end{aligned}$$

(2) 试将  $\sqrt{8 + 2\sqrt{15}}$  化简。

**【答案】** (1)  $\sqrt{6} - \sqrt{7}$ ;  $\sqrt{6} - \sqrt{7}$ ;  $\sqrt{7} - \sqrt{6}$

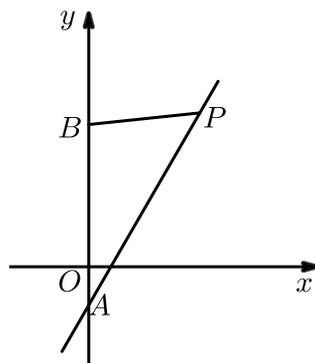
(2)  $\sqrt{3} + \sqrt{5}$  .

**【解析】** (1) 
$$\begin{aligned} & \sqrt{13 - 2\sqrt{42}} \\ & = \sqrt{6 + 7 - 2\sqrt{6} \times \sqrt{7}} \\ & = \sqrt{(\sqrt{6} - \sqrt{7})^2} \\ & = |\sqrt{6} - \sqrt{7}| \\ & = \sqrt{7} - \sqrt{6} . \end{aligned}$$

(2) 
$$\begin{aligned} & \sqrt{8 + 2\sqrt{15}} \\ & = \sqrt{3 + 5 + 2 \times \sqrt{3} \times \sqrt{5}} \\ & = \sqrt{(\sqrt{3} + \sqrt{5})^2} \\ & = |\sqrt{3} + \sqrt{5}| \end{aligned}$$

$$= \sqrt{3} + \sqrt{5} .$$

24. 如图，已知直线 $l$ 经过点 $A(0, -1)$ 与点 $P(2, 3)$  .



( 1 ) 求直线 $l$ 的表达式 .

( 2 ) 若在 $y$ 轴上有一点 $B$ ，使 $\triangle APB$ 的面积为5，求点 $B$ 的坐标 .

【答案】( 1 )  $y = 2x - 1$  .

( 2 )  $(0, 4)$ 或 $(0, -6)$  .

【解析】( 1 ) 设直线 $l$ 表达式为 $y = kx + b$  ( $k, b$ 为常数且 $k \neq 0$ ) ,

把 $A(0, -1)$  ,  $P(2, 3)$ 代入得 :

$$\begin{cases} b = -1 \\ 2k + b = 3 \end{cases} , \text{解得} : \begin{cases} k = 2 \\ b = -1 \end{cases} ,$$

则直线 $l$ 表达式为 $y = 2x - 1$  .

( 2 ) 设点 $B$ 的坐标为 $(0, m)$  , 则 $AB = |1 + m|$  .

$\because \triangle APB$ 的面积为5 ,

$$\therefore \frac{1}{2} AB \cdot x_p = 5 , \text{即} \frac{1}{2} |1 + m| \times 2 = 5 ,$$

整理得 :  $|1 + m| = 5$  , 即 $1 + m = 5$ 或 $1 + m = -5$  ,

解得 :  $m = 4$ 或 $m = -6$  .

故点 $B$ 的坐标为 $(0, 4)$ 或 $(0, -6)$  .

25. 某边防局接到情报，近海处有一可疑船只 $A$ 正向公海方向行驶，边防局迅速派出快艇 $B$ 追赶（如

图1）. 图2中 $l_1$ 、 $l_2$ 分别表示两船相对于海岸的距离 $s$ （海里）与追赶时间 $t$ （分）之间的关系 .

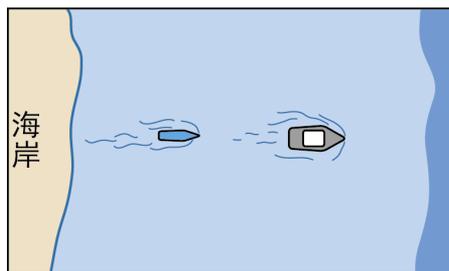


图1

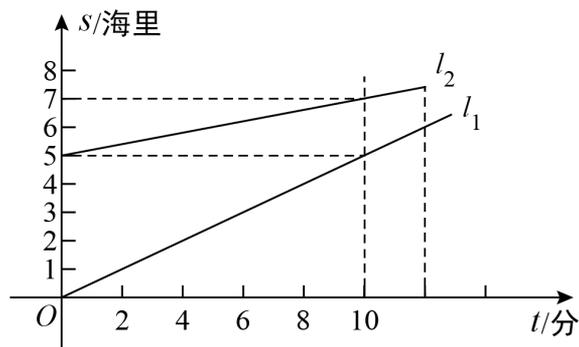


图2

(1) 求  $l_1$ 、 $l_2$  的函数解析式.

(2) 当  $A$  逃到离海岸 12 海里的公海时,  $B$  将无法对其进行检查. 照此速度,  $B$  能否在  $A$  逃入公海前将其拦截? 若能, 请求出此时  $B$  离海岸的距离; 若不能, 请说明理由.

【答案】(1)  $s = 0.5t$ ,  $s = 0.2t + 5$ .

(2)  $B$  能在  $A$  逃入公海前将其拦截, 此时  $B$  离海岸的距离是  $\frac{25}{3}$  海里.

【解析】(1) 设  $l_1$  的函数解析式是  $s = kt$ ,  $10k = 5$ , 得  $k = 0.5$ ,

即  $l_1$  的函数解析式是  $s = 0.5t$ ,

设  $l_2$  的函数解析式是  $s = at + b$ ,

$$\begin{cases} b = 5 \\ 10a + b = 7 \end{cases}, \text{ 得 } \begin{cases} a = 0.2 \\ b = 5 \end{cases},$$

即  $l_2$  的函数解析式是  $s = 0.2t + 5$ .

$$(2) \begin{cases} s = 0.5t \\ s = 0.2t + 5 \end{cases}, \text{ 得 } \begin{cases} t = \frac{50}{3} \\ s = \frac{25}{3} \end{cases},$$

$$\because \frac{25}{3} < 12,$$

$\therefore B$  能追上  $A$ ,

答:  $B$  能在  $A$  逃入公海前将其拦截, 此时  $B$  离海岸的距离是  $\frac{25}{3}$  海里.

26. 【定义】若线段  $AB$  上所有的点到  $x$  轴的距离最大值为  $W$ ,  $W$  就叫线段  $AB$  的界值, 记作  $W_{AB}$ .

【理解】如图 1, 线段  $AB$  上所有的点到  $x$  轴的最大距离是 3, 则线段  $AB$  的界值  $W_{AB} = 3$ .

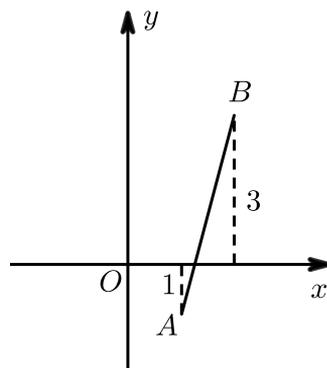


图 1

(1) 【应用】如图 2,  $A(-1, -3)$ ,  $B(2, -1)$ ,  $C(-1, 1)$ .

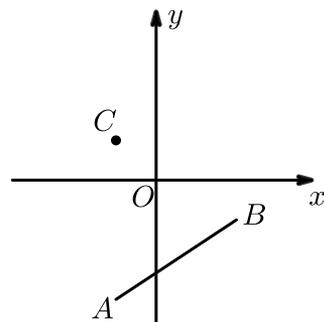


图 2

$$W_{AB} = \underline{\quad\quad} .$$

② 平移线段 $AB$ ，使点 $A$ 与点 $C$ 重合，平移后线段的界值 $W$ 为  $\underline{\quad\quad}$  .

( 2 ) 【拓展】如图3， $A(-3, -7)$ ， $B(1, -3)$ ，将线段 $AB$ 向上平移 $m(m > 0)$ 个单位长度到线段 $CD$  .

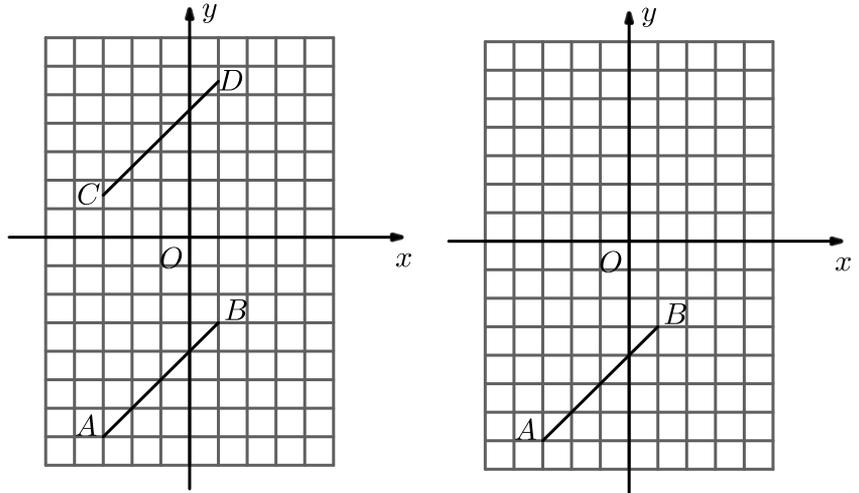


图 3

备用图

① 当 $5 \leq m \leq 6$ 时，则 $W_{CD}$ 的取值范围为  $\underline{\quad\quad}$  .

② 当 $m > 5$ 时，用含 $m$ 的式子表示 $W_{CD}$  .

③ 当 $3 \leq W_{CD} \leq 4$ 时，求 $m$ 的取值范围 .

【答案】( 1 )① 3

② 3

( 2 )①  $2 \leq W_{CD} \leq 3$

②  $W_{CD} = -3 + m$  .

③  $6 \leq m \leq 7$ 或 $3 \leq m \leq 4$  .

【解析】( 1 )①  $\because A(-1, -3)$ ， $B(2, -1)$ ，

$$|-3| = 3, |-1| = 1, 3 > 1,$$

$$\therefore W_{AB} = 3 .$$

② 平移线段 $AB$ ， $A$ 点与 $C$ 点重合，

$$A(-1, -3), C(-1, 1),$$

$\therefore$ 将线段 $AB$ 向上平移了4个单位，

$$\text{设 } B \text{ 点的对应为 } D, B(2, -1),$$

$$\therefore D(2, 3),$$

$\therefore$ 平移后线段的界值为3 .

( 2 )①  $\because A(-3, -7)$ ， $B(1, -3)$ ，

将线段 $AB$ 向上平移 $m$ 个单位到线段 $CD$ ，

$$\therefore C(-3, -7+m), D(1, -3+m),$$

$$\therefore 5 \leq m \leq 6,$$

$$\therefore -2 \leq -7+m \leq -1, 2 \leq -3+m \leq 3,$$

$$\therefore 2 \leq |-3+m| \leq 3,$$

$$\therefore W_{CD} \text{的取值范围是 } 2 \leq W_{CD} \leq 3.$$

② 当  $m > 5$  时, 点  $D$  到  $x$  轴距离大于点  $C$  到  $x$  轴距离,

$$\therefore W_{CD} = -3 + m.$$

③ 当  $m > 5$  时,  $3 \leq W_{CD} \leq 4$ , 即  $3 \leq -3 + m \leq 4$ ,

$$\therefore 6 \leq m \leq 7;$$

$$\text{当 } m < 5 \text{ 时, } 3 \leq W_{CD} \leq 4, \text{ 即 } -4 \leq -7 + m \leq -3,$$

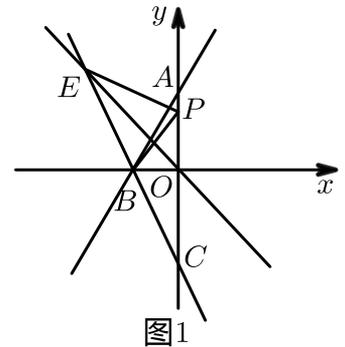
$$\therefore 3 \leq m \leq 4.$$

$$\therefore \text{当 } 3 \leq W_{CD} \leq 4 \text{ 时, } m \text{ 的取值范围是 } 6 \leq m \leq 7 \text{ 或 } 3 \leq m \leq 4.$$

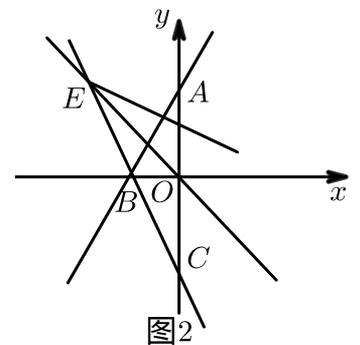
27. 平面直角坐标系中, 直线  $y = 2x + 4$  与  $x$  轴、 $y$  轴分别交于点  $B$ 、 $A$ .

(1) 点  $C$  与点  $A$  关于  $x$  轴对称, 求点  $C$  坐标和直线  $BC$  的解析式.

(2) 如图1, 直线  $BC$  与直线  $y = -x$  交于  $E$  点, 点  $P$  为  $y$  轴上一点,  $PE = PB$ , 求  $P$  点坐标.



(3) 如图2, 点  $P$  为  $y$  轴上一点,  $\angle OEB = \angle PEA$ , 直线  $EP$  与直线  $AB$  交于点  $M$ , 求  $M$  点的坐标.



【答案】(1)  $y = -2x - 4$ .

(2)  $P(0, 3.5)$ .

(3)  $\left(-\frac{4}{7}, \frac{20}{7}\right)$  或  $(0.8, 5.6)$ .

【解析】(1) ∵ 直线  $y = 2x + 4$  与  $x$  轴、 $y$  轴分别交于点  $B$ 、 $A$  .

$$\therefore A(0, 4), B(-2, 0),$$

∵ 点  $C$  与点  $A$  关于  $x$  轴对称 ,

$$\therefore C(0, -4),$$

设直线  $BC$  的解析式为  $y = kx + b$  ,

$$\therefore \begin{cases} -2k + b = 0 \\ b = -4 \end{cases}, \text{解得}, \begin{cases} k = -2 \\ b = -4 \end{cases},$$

∴ 直线  $BC$  的解析式为  $y = -2x - 4$  .

故答案为 :  $y = -2x - 4$  .

$$(2) \therefore \begin{cases} y = -x \\ y = -2x - 4 \end{cases},$$

$$\therefore \begin{cases} x = -4 \\ y = 4 \end{cases},$$

$$\therefore E(-4, 4),$$

∴  $AE \perp AO$  ,

设  $OP = a$  ,  $AP = 4 - a$  ,

在  $\text{Rt}\triangle BOP$  和  $\text{Rt}\triangle EAP$  中 ,

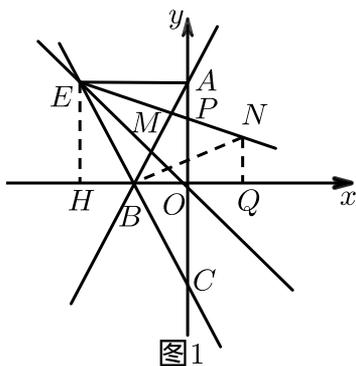
$$BP^2 = 4 + a^2, PE^2 = 16 + (4 - a)^2,$$

∴  $PE = PB$  ,

$$\therefore 4 + a^2 = 16 + (4 - a)^2, \text{解得 } a = 3.5 .$$

$$\therefore P(0, 3.5) .$$

(3) ① 如图 , 当点  $P$  在点  $A$  的下方 ,



$$\therefore \angle OEB = \angle PEA, \angle AEO = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle PEB = 45^\circ,$$

过点  $B$  作  $BN \perp BE$  交直线  $EP$  于点  $N$  , 过点  $N$  作  $NQ \perp OB$  于  $Q$  , 过点  $E$  作

$EH \perp OB$  于点  $H$  ,

∴  $\triangle EBN$  为等腰直角三角形 ,

$$\therefore EB = BN,$$

$$\therefore \angle BEH + \angle EBH = 90^\circ, \angle EBH + \angle NBQ = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BEH = \angle NBQ,$$

又 $\because \angle EHB = \angle BQN = 90^\circ$ ,

$\therefore \triangle EHB \cong \triangle BQN$  (AAS),

$\therefore NQ = BH = 2, BQ = EH = 4,$

$\therefore N(2, 2),$

设直线 $EN$ 的解析式为 $y = kx + b,$

$$\therefore \begin{cases} -4k + b = 4 \\ 2k + b = 2 \end{cases}, \text{解得} \begin{cases} k = -\frac{1}{3} \\ b = \frac{8}{3} \end{cases},$$

$\therefore$ 直线 $EN$ 的解析式为 $y = -\frac{1}{3}x + \frac{8}{3},$

$$\therefore \begin{cases} y = -\frac{1}{3}x + \frac{8}{3} \\ y = 2x + 4 \end{cases}, \text{解得} \begin{cases} x = -\frac{4}{7} \\ y = \frac{20}{7} \end{cases},$$

即 $M\left(-\frac{4}{7}, \frac{20}{7}\right).$

② $P$ 点在 $A$ 点的上方,

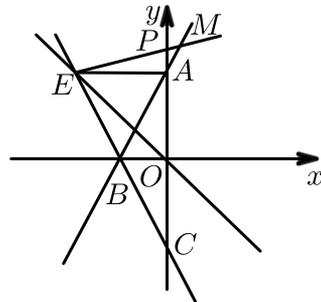


图2

由①知图1中 $OP = \frac{8}{3}$ , 则 $AP = \frac{4}{3},$

$\therefore OP = \frac{16}{3},$

设直线 $EP$ 的解析式为 $y = mx + \frac{16}{3},$

$\therefore E(-4, 4),$

$\therefore -4m + \frac{16}{3} = 4,$

解得 $m = \frac{1}{3},$

$\therefore$ 直线 $EP$ 的解析式为 $y = \frac{1}{3}x + \frac{16}{3},$

$$\therefore \begin{cases} y = \frac{1}{3}x + \frac{16}{3} \\ y = 2x + 4 \end{cases}, \text{解得} \begin{cases} x = 0.8 \\ y = 5.6 \end{cases},$$

$\therefore M(0.8, 5.6).$

综合以上可得点 $M$ 的坐标为 $\left(-\frac{4}{7}, \frac{20}{7}\right)$ 或 $(0.8, 5.6).$