

2020年九年级学业水平第二次模拟考试

数学试题 (2020.05)

考试时间 120 分钟 满分 150 分

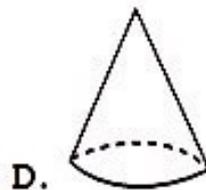
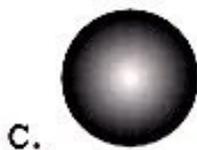
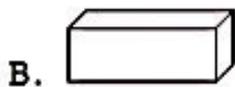
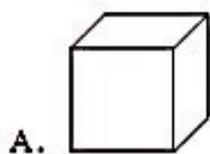
第 I 卷 (选择题 共 48 分)

一、选择题 (本大题共 12 个小题, 每小题 4 分, 共 48 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.)

1. $-\frac{1}{2}$ 的倒数是 ()

- A. -2 B. 2 C. $\frac{1}{2}$ D. $-\frac{1}{2}$

2. 在下面的四个几何体中, 左视图与主视图不相同的几何体是 ()

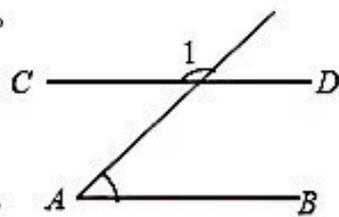


3. 2020 年初, 新型冠状病毒来势汹汹, 迅速在全球蔓延开来, 严重危及人们的生命安全, “90 后”成为这场战“疫”的主力军, 为中国抗击疫情作出了卓越的贡献! 据报道, 新型冠状病毒的直径约 0.0000001 米, 这个数用科学记数法表示为 ()

- A. 1×10^7 B. 0.1×10^{-6} C. 1×10^{-7} D. 10×10^{-8}

4. 如图, $AB \parallel CD$, $\angle A = 50^\circ$, 则 $\angle 1$ 的度数是 ()

- A. 150° B. 130° C. 50° D. 40°



5. 下面的计算正确的是 ()

- A. $6a - 5a = 1$ B. $a + 2a^2 = 3a^3$
C. $2(a+b) = 2a+b$ D. $-(a-b) = -a+b$

6. 下列图案是轴对称图形的是 ()



7. 在平面直角坐标系中, 与点 $(-2, 3)$ 关于 y 轴对称的点的坐标为 ()

- A. $(-3, 2)$ B. $(-2, -3)$ C. $(3, -2)$ D. $(2, 3)$

第 4 题图



8. 一个口袋中有3个黑球和若干个白球,在不允许将球倒出来数的前提下,小明为估计其中的白球数,采用如下的方法:从口袋中随机摸出一球,记下颜色,然后把它放回口袋中,摇匀后再随机摸出一球,记下颜色,……,不断重复上述过程.小明共摸了100次,其中25次摸到黑球.根据上述数据,估计口袋中的白球大约有 ()

- A. 12个 B. 15个 C. 9个 D. 10个

9. 如图, $\triangle ABC$ 内接于 $\odot O$, 若 $\angle A = 45^\circ$, $\odot O$ 的半径 $r = 4$, 则阴影部分的面积为 ()

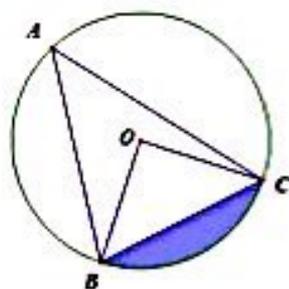
- A. $4\pi - 8$ B. 2π C. 4π D. $8\pi - 8$

10. 如图, AB 、 AC 分别是 $\odot O$ 的直径和弦, $OD \perp AC$ 于点 D , 连接 BD 、 BC , 已知 $AB = 10$, $AC = 8$, 则 BD 的长为 ()

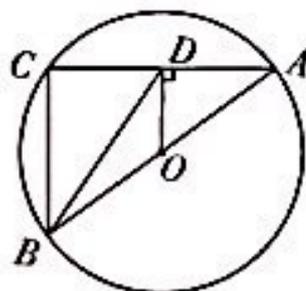
- A. $2\sqrt{5}$ B. 4 C. $2\sqrt{13}$ D. 4.8

11. 如图, 将矩形 $ABCD$ 绕点 A 旋转至矩形 $AB'C'D'$ 位置, 此时 AC' 的中点恰好与 D 点重合, AB' 交 CD 于点 E . 若 $AB = 6$, 则 $\triangle AEC$ 的面积为 ()

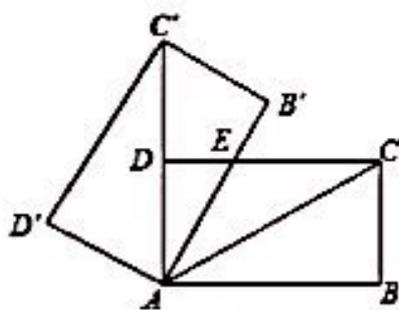
- A. 12 B. 6 C. $8\sqrt{3}$ D. $4\sqrt{3}$



第9题图



第10题图



第11题图

12. 如果我们把函数 $y = ax^2 + b|x| + c$ 称为二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的“镜子函数”,

那么对于二次函数 $C_1: y = x^2 - 2x - 3$ 的“镜子函数” $C_2: y = x^2 - 2|x| - 3$, 下

列说法: ① C_2 的图像关于 y 轴对称; ② C_2 有最小值, 最小值为 -4 ; ③ 当方程

$x^2 - 2|x| - 3 = m$ 有两个不相等的实数根时, $m > -3$; ④ 直线 $y = x + b$ 与 C_2 的图

像有三个交点时, $-\frac{13}{4} \leq b \leq -3$ 中, 正确的有 ()

- A. 1个 B. 2个 C. 3个 D. 4个



第 II 卷 (非选择题 共 102 分)

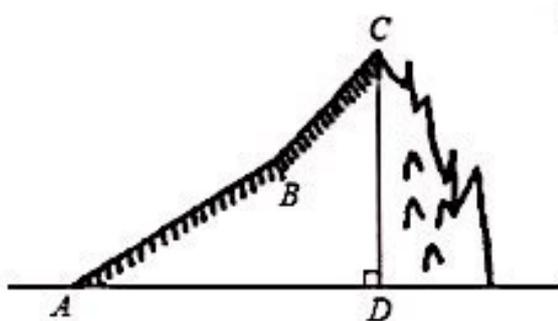
二、填空题 (本大题共 6 个小题, 每小题 4 分, 共 24 分.)

13. 分解因式: $3x^2 - 12 =$ _____.

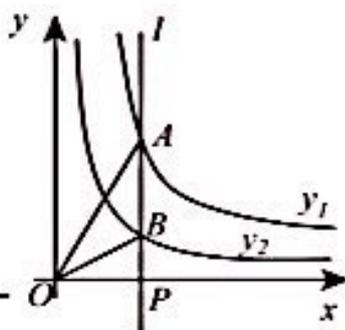
14. 正方形的边长为 6, 则该正方形的边心距是 _____.

15. 有一组数据如下: 2, 3, 3, 4, 则这组数据的方差是 _____.

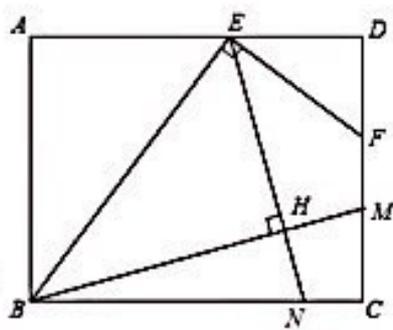
16. 如图, 一名游人由山脚 A 沿坡角为 30° 的山坡 AB 行走 600m, 到达一个景点 B , 再由 B 沿山坡 BC 行走 200m 到达山顶 C , 若在山顶 C 处观测到景点 B 的俯角为 45° , 则山高 $CD =$ _____ m (结果保留准确值).



第 16 题图



第 17 题图



第 18 题图

17. 如图, 直线 $l \perp x$ 轴于点 P , 且与反比例函数 $y_1 = \frac{k_1}{x} (x > 0)$ 及 $y_2 = \frac{k_2}{x} (x > 0)$ 的

图象分别交于 A, B 两点, 连接 OA, OB , 已知 $\triangle OAB$ 的面积为 4, 则 $k_1 - k_2 =$ _____.

18. 如图, 矩形 $ABCD$ 中, 点 E 在 AD 上, 过点 E 作 $EF \perp BE$ 交 CD 于 F , 且 $BC = BE = 10$, $FC = FE = 5$, 点 M 是线段 CF 上的动点, 连接 BM , 过点 E 作 BM 的垂线交 BC 于点 N ,

垂足为 H . 以下结论: ① $\angle FED = \angle EBA$; ② $AE = 6$; ③ $\frac{EN}{BM} = \frac{AB}{AD}$; ④ 连接 CH , 则

CH 的最小值为 $5\sqrt{3} - 5$; 其中正确的结论是 _____ (所有正确结论的序号都填上).

三、解答题 (本大题共 9 个小题, 共 78 分. 请写出文字说明、证明过程或演算步骤)

19. (本小题满分 6 分)

$$\sqrt{8} + \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} - 4\sin 45^\circ + 2020^0.$$

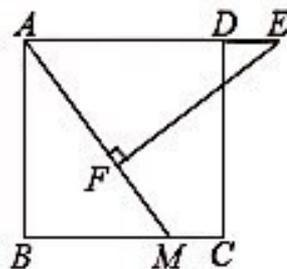


20. (本小题满分6分)

解不等式组:
$$\begin{cases} 5x-2 > 3(x-1) \\ \frac{x}{2} \geq \frac{2x-1}{3} \end{cases}$$
, 并写出它的所有整数解.

21. (本小题满分6分)

如图, 四边形 $ABCD$ 是正方形, M 为 BC 上一点, 连接 AM , 延长 AD 至点 E , 使得 $AE=AM$, 过点 E 作 $EF \perp AM$, 垂足为 F , 求证: $AB=EF$.



第21题图

22. (本小题满分8分)

某汽车专卖店销售 A 、 B 两种型号的新能源汽车. 上周售出1辆 A 型车和3辆 B 型车, 两种车型的销售总额为96万元; 本周销售2辆 A 型车和1辆 B 型车, 两种车型的销售总额为62万元, 已知两种型号汽车销售价格始终不变.

(1) 求 A 、 B 两种车型的销售单价分别是多少?

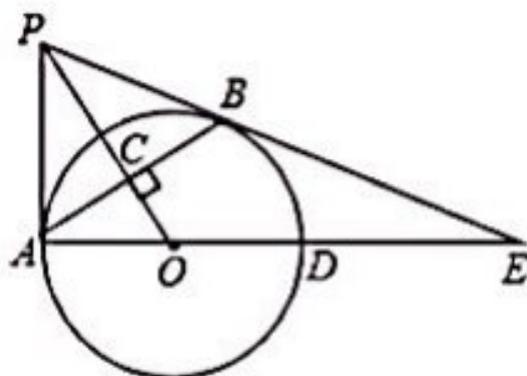
(2) 第三周计划售出 A 、 B 两种型号的车共5辆, 若销售总额不少于100万元, 则 B 型车至少要售出多少辆?



23. (本小题满分8分)

如图, PA 与 $\odot O$ 相切于点 A , 连接 PO , 过点 A 作 $AB \perp OP$, 垂足为 C , 交 $\odot O$ 于点 B . 连接 AO 并延长, 交 $\odot O$ 于点 D , 交 PB 的延长线于点 E .

- (1) 求证: PB 是 $\odot O$ 的切线;
- (2) 若 $OC=3$, $AC=4$, 求 PB 的长.

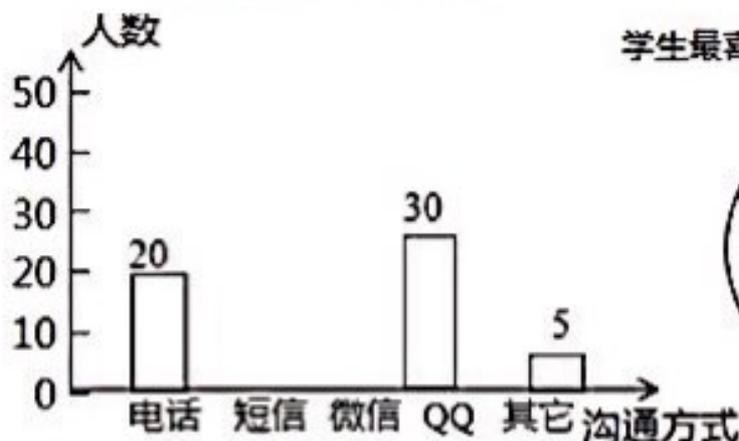


第23题图

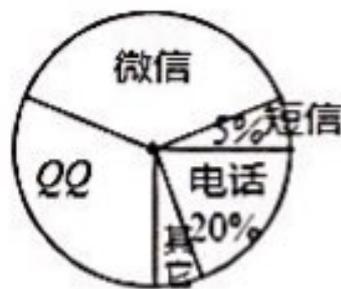
24. (本小题满分10分)

随着通讯技术的迅猛发展, 人与人之间的沟通方式变得更多样、便捷. 某校数学兴趣小组设计了“你最喜欢的沟通方式”调查问卷(每人必选且只选一种), 在全校范围内随机调查了部分学生, 将统计结果绘制了如下两幅不完整的统计图, 请结合图中所给的信息回答下列问题:

学生最喜欢的沟通方式条形统计图



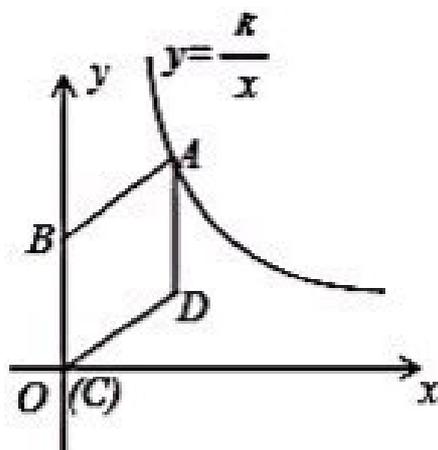
学生最喜欢的沟通方式扇形统计图



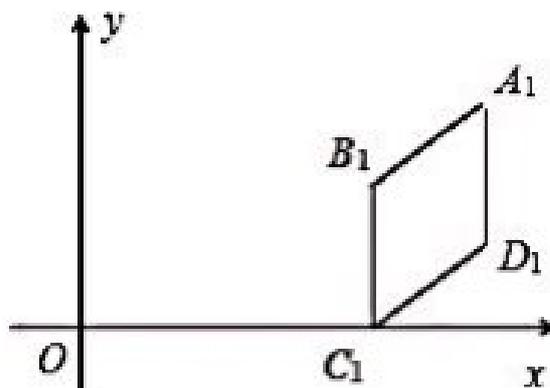
- (1) 本次调查共调查了____名学生; 在扇形统计图中, 表示“QQ”的扇形圆心角的度数为_____;
- (2) 将条形统计图补充完整;
- (3) 该校共有1500名学生, 请估计该校最喜欢用“微信”沟通的学生有多少名?
- (4) 某天甲、乙两名同学都想从“微信”、“QQ”、“电话”三种沟通方式中选一种方式与对方联系, 请用列表或画树状图的方法求出甲、乙两名同学恰好选择同一种沟通方式的概率 (“微信”、“QQ”、“电话”分别用 A 、 B 、 C 表示).



②是否存在反比例函数 $y = \frac{n}{x} (x > 0)$ ，使得点 B_1 、 D_1 同时落在 $y = \frac{n}{x} (x > 0)$ 的图象上？若存在，求 n 的值；若不存在，请说明理由。



第 25 题图 1



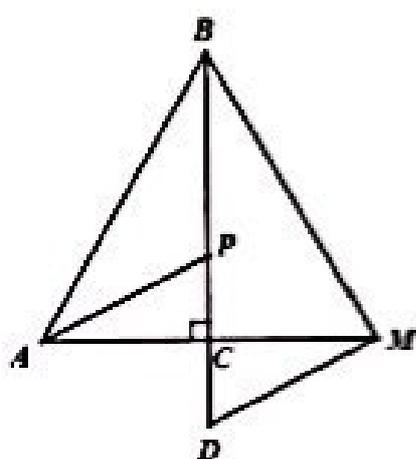
第 25 题图 2



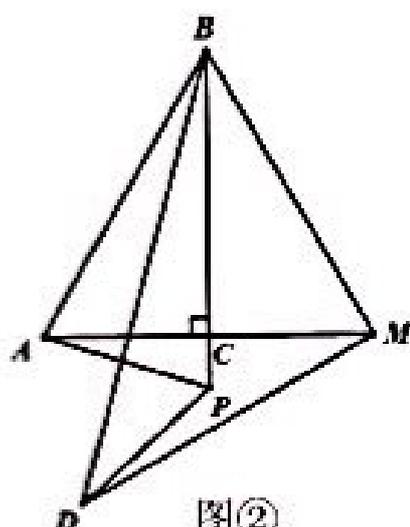
26. (本小题满分12分)

如图, BC 为等边 $\triangle ABM$ 的高, $AB=4$, 点 P 为直线 BC 上的动点(不与点 B 重合), 连接 AP , 将线段 AP 绕点 P 逆时针旋转 60° , 得到线段 PD , 连接 MD 、 BD .

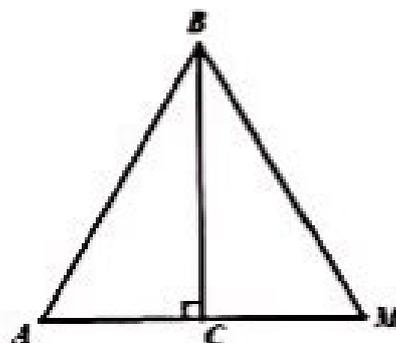
(1) 问题发现: 如图①, 当点 D 在直线 BC 上时, 线段 BP 与 MD 的数量关系为_____, $\angle DMB =$ _____;



图①



图②



图③

(2) 拓展探究: 如图②, 当点 P 在 BC 的延长线上时, (1)中结论是否成立? 若成立, 请加以证明; 若不成立, 请说明理由;

(3) 问题解决: 当 $\angle BDM=30^\circ$ 时, 请直接写出线段 AP 的长度.



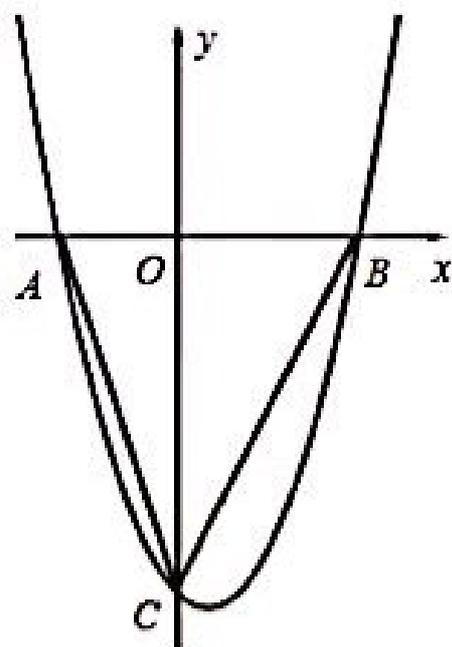
27. (本小题满分 12 分)

如图 1, 抛物线 $y = x^2 + bx + c$ 与 x 轴交于 A 、 B 两点, 与 y 轴交于 C 点, 连接 AC 、 BC , 已知点 A 、 C 的坐标为 $A(-2, 0)$ 、 $C(0, -6)$.

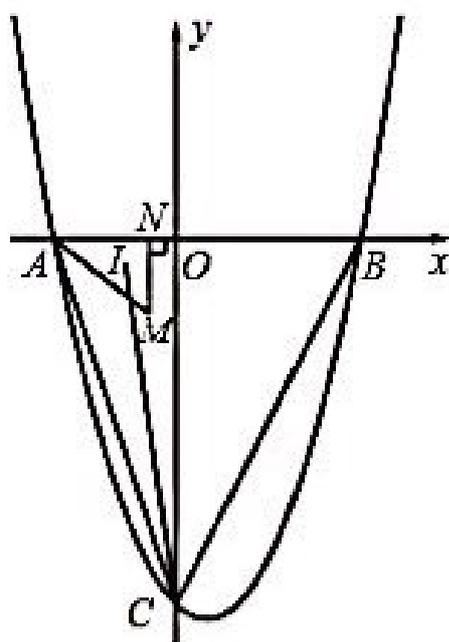
(1) 求抛物线的表达式;

(2) 点 P 是线段 BC 下方抛物线上的一动点, 如果在 x 轴上存在点 Q , 使得以点 B 、 C 、 P 、 Q 为顶点的四边形为平行四边形, 求点 Q 的坐标;

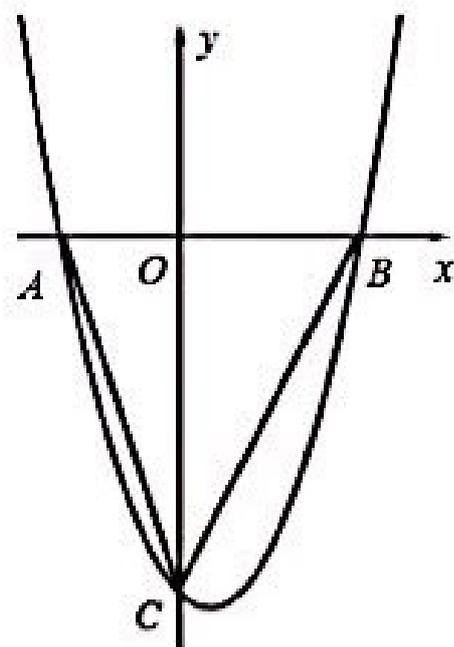
(3) 如图 2, 若点 M 是 $\triangle AOC$ 内一动点, 且满足 $AM = AO$, 过点 M 作 $MN \perp OA$, 垂足为 N , 设 $\triangle AMN$ 的内心为 I , 试求 CI 的最小值.



第 27 题图 1



第 27 题图 2



备用图

2020 年九年级学业水平第一次模拟考试

数学试题参考答案 (2020. 4)

一、选择题 (本大题共 12 个小题, 每小题 4 分, 共 48 分.)

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案	A	B	C	B	D	A	D	C	A	C	D	B

二、填空题 (本大题共 6 个小题, 每小题 4 分, 共 24 分.)

题号	13	14	15	16	17	18
答案	$3(x+2)(x-2)$	3	$\frac{1}{2}$	$(300 + 100\sqrt{2})$	8	①②③

备注: 第 16 题没有加括号的扣分。

三、解答题 (本大题共 9 个小题, 共 78 分. 请写出文字说明、证明过程或演算步骤)

19. (本小题每题 6 分)

$$\text{计算: 原式} = 2\sqrt{2} + 4 - 4 \times \frac{\sqrt{2}}{2} + 1 \quad \dots\dots\dots 4 \text{分}$$

$$= 5 \quad \dots\dots\dots 6 \text{分}$$

20. (本小题 6 分)

$$\text{解: 解不等式①得: } x > -\frac{1}{2} \quad \dots\dots\dots 2 \text{分}$$

$$\text{解不等式②得: } x \leq 2 \quad \dots\dots\dots 4 \text{分}$$

$$\therefore \text{不等式组的解集是: } -\frac{1}{2} < x \leq 2 \quad \dots\dots\dots 5 \text{分}$$

$$\therefore \text{原不等式组的整数解为: } 0, 1, 2 \quad \dots\dots\dots 6 \text{分}$$

21. 证明: \because 四边形 $ABCD$ 为正方形,

$$\therefore \angle B = 90^\circ, AD \parallel BC, \quad \dots\dots\dots 2 \text{分}$$

$$\therefore \angle EAF = \angle BMA, \quad \dots\dots\dots 3 \text{分}$$

$$\because EF \perp AM,$$

$$\therefore \angle AFE = 90^\circ = \angle B, \quad \dots\dots\dots 4 \text{分}$$

在 $\triangle ABM$ 和 $\triangle EFA$ 中,

$$\therefore \begin{cases} \angle EAF = \angle BMA \\ \angle AFE = \angle B = 90^\circ \\ AE = AM \end{cases}$$



$\therefore \triangle ABM \cong \triangle EFA(AAS), \dots\dots\dots 5$ 分

$\therefore AB = EF. \dots\dots\dots 6$ 分

22.解: (1) 设每辆A型车售价为x万元, B型车的售价为y万元, $\dots\dots\dots 1$ 分

根据题意, 得 $\begin{cases} x + 3y = 96 \\ 2x + y = 62 \end{cases} \dots\dots\dots 3$ 分

解得: $\begin{cases} x = 18 \\ y = 26 \end{cases} \dots\dots\dots 4$ 分

答: 每辆A型车售价为18万元, B型车的售价为26万元. $\dots\dots\dots 5$ 分

(2) 设第三周计划售出B型车m辆, 则A型车售出(5-m)辆,

根据题意, 得: $26m + 18(5-m) \geq 100 \dots\dots\dots 6$ 分

解得: $m \geq 1.25 \dots\dots\dots 7$ 分

答: B型车至少售出2辆. $\dots\dots\dots 8$ 分

23. (1)证明: 连接OB $\dots\dots\dots 1$ 分

$\because PO \perp AB, \therefore AC = BC, \dots\dots\dots 2$ 分

$\therefore PA = PB$

又 $\because PO = PO,$

$\therefore \triangle PAO \cong \triangle PBO \dots\dots\dots 3$ 分

$\therefore \angle OBP = \angle OAP = 90^\circ$

$\therefore PB$ 是 $\odot O$ 的切线. $\dots\dots\dots 4$ 分

(2)在Rt $\triangle ACO$ 中, $OC = 3, AC = 4$

$\therefore AO = 5 \dots\dots\dots 5$ 分

又 $\because \angle POA = \angle POA,$

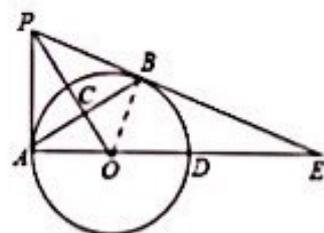
$\therefore \tan \angle POA = \tan \angle POA,$

$\therefore \frac{PA}{AO} = \frac{AC}{OC} \dots\dots\dots 6$ 分

即 $\frac{PA}{5} = \frac{4}{3} \therefore PA = \frac{20}{3} \dots\dots\dots 7$ 分

又 $\because PA, PB$ 为切线,

$\therefore PB = PA = \frac{20}{3} \dots\dots\dots 8$ 分



24. (1) 100; $108^\circ; \dots\dots\dots 2$ 分

(2) 喜欢用短信的人数为: $100 \times 5\% = 5$ 人,

喜欢用微信的人数为: $100 - 20 - 5 - 30 - 5 = 40,$

补充图形, 如图所示: $\dots\dots\dots 4$ 分

(3) $1500 \times 40\% = 600$ 人 $\dots\dots\dots 6$ 分

(4) 有题意, 可列表:

1 \ 2	A	B	C
A	(A, A)	(A, B)	(A, C)
B	(B, A)	(B, B)	(B, C)
C	(C, A)	(C, B)	(C, C)

所有情况共有9种情况, 其中两人恰好选中同一种沟通方式共有3种情况,

甲、乙两名同学恰好选中同一种沟通方式的概率为: $P = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}.$

25. (1) 如图, 作 $DF \perp x$ 轴于点 F ,

\because 点 D 的坐标为 $(4, 3)$,

$\therefore FO=4, DF=3,$

$\therefore DO=5,$

$\therefore AD=5,$

$\therefore A$ 点坐标为 $(4, 8)$

$\therefore xy=4 \times 8=32,$

$\therefore k=32.$

.....2分

.....3分

.....4分

(2) ① $(t, 5), (t+4, 3)$

.....6分

② 存在, 理由如下:

.....7分

\because 点 B_1, D_1 同时落在 $y = \frac{n}{x} (x > 0)$ 的图象上

$B_1(t, 5), D_1(t+4, 3)$

$\therefore 5t=n, 3(t+4)=n$

$\therefore 5t=3(t+4)$

.....8分

$t=6$

.....9分

$n=6 \times 5=30$

所以, 存在, 此时 $n=6.$

.....10分

26. 解: (1) 相等; 90° ;

.....4分

(2) 成立, 证明如下:

.....5分

如图②, 连接 AD ,

$\because \triangle AMB$ 是等边三角形,

$\therefore AB = AM,$

由旋转的性质可得: $AP = DP, \angle APD = 60^\circ,$

$\therefore \triangle APD$ 是等边三角形,

$\therefore PA = PD = AD,$

$\because \angle BAP = \angle BAC + \angle CAP,$
 $\angle MAD = \angle PAD + \angle CAP,$

$\angle BAC = \angle PAD$

$\therefore \angle BAP = \angle MAD,$

在 $\triangle BAP$ 与 $\triangle MAD$ 中,

$\because \begin{cases} AB = AM \\ \angle BAP = \angle MAD \\ AP = AD \end{cases}$

$\therefore \triangle BAP \cong \triangle MAD(SAS),$

$\therefore BP = MD, \angle AMD = \angle ABC = 30^\circ.$

$\because \angle BMA = 60^\circ,$

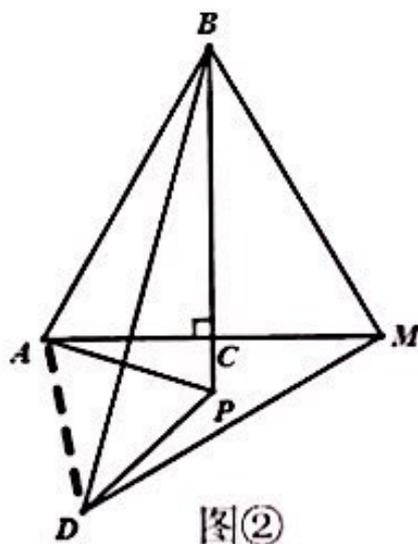
$\therefore \angle DMB = \angle BMA + \angle AMD = 90^\circ;$

.....8分

(3) 4 或 $4\sqrt{7}.$

.....12分

27. (本小题 12 分)



.....7分



(1) 由题意得: A 点坐标为 (-2,0), C 点坐标为 (0, -6) 带入 $y = x^2 + bx + c$ 中

得: $\begin{cases} 4 - 2b + c = 0 \\ c = -6 \end{cases}$,2分

解得: $\begin{cases} b = -1 \\ c = -6 \end{cases}$ 3分

∴ 抛物线的解析式为 $y = x^2 - x - 6$4分

(2) ∵ 点 Q 在 x 轴上, 又 ∵ 点 B、C、P、Q 为顶点的四边形是平行四边形

∴ CP // BQ, 由对称性可知, P 点的坐标为 (1, -6)

∴ PC=1, ∴ BQ=1

∴ Q 的坐标为 (2,0) 或 (4,0)8分

(3) 连接 AI, MI, OI

∵ I 为 $\triangle AMN$ 的内心

∴ AI、MI 分别平分 $\angle MAN, \angle AMN$

∴ $\angle MAI = \angle OAI$

又 ∵ $MN \perp AN, \therefore \angle ANM = 90^\circ$

∴ $\angle AIM = 135^\circ$ 9分

又 ∵ $MA = OA, AI = AI$

∴ $\triangle AIM \cong \triangle AIO$

∴ $\angle AIO = \angle AIM = 135^\circ$

∴ I 的运动轨迹是圆弧10分

设 I 运动轨迹所在的圆心为 G

∵ $\angle AIO = 135^\circ \therefore \angle AGO = 90^\circ$

又 ∵ $AG = OG, AO = 2$

∴ 圆心 G 的坐标为 (-1,1), 半径为 $\sqrt{2}$ 11分

当 G、I、C 三点共线时候 CI 最短

∵ $CG = \sqrt{(-1-0)^2 + (1+6)^2} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}, GI = \sqrt{2}$

∴ CI 的最小值为 $5\sqrt{2} - \sqrt{2} = 4\sqrt{2}$

综上所述: CI 的最小值为 $4\sqrt{2}$ 12分

