

# 数学试题

本试题分第 I 卷（选择题）和第 II 卷（非选择题）两部分。第 I 卷共 2 页，满分为 48 分；第 II 卷共 4 页，满分为 102 分。本试题共 6 页，满分为 150 分。考试时间为 120 分钟。答卷前，请考生务必将自己的学校、班级、姓名和准考证号填写在答题卡上，并同时学校、姓名、准考证号填写在试卷规定的位置上。考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。本考试不允许使用计算器。

## 第 I 卷（选择题共 48 分）

注意事项：

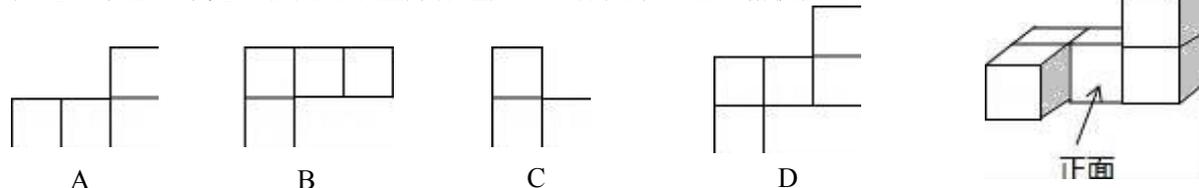
第 I 卷为选择题，每小题选出答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑；如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。答案写在试卷上无效。

一、选择题（本大题共 12 个小题，每小题 4 分，共 48 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

1. 16 的算术平方根是

- A. 4                      B. -4                      C.  $\pm 4$                       D. 2

2. 如图是一个由 5 个完全相同的小正方体组成的立体图形，它的俯视图是

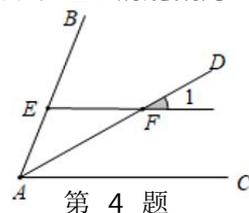


3. 2019 年 10 月 1 日国庆阅兵式上首次亮相了我国自主研发的洲际导弹“东风 41 号”，它的射程可以达到 12000 公里，数字 12000 用科学记数法表示为

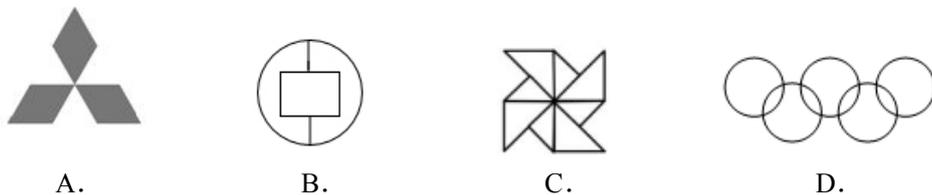
- A.  $1.2 \times 10^3$                       B.  $1.2 \times 10^4$                       C.  $12 \times 10^3$                       D.  $0.12 \times 10^4$

4. 如图 AD 是  $\angle BAC$  的平分线， $EF \parallel AC$  交 AB 于点 E，交 AD 于点 F， $\angle BAC = 70^\circ$ ， $\angle 1$  的度数为

- A.  $25^\circ$                                       B.  $30^\circ$   
C.  $35^\circ$                                       D.  $70^\circ$



5. 下列图形中既是轴对称图形，又是中心对称图形的是



6. 下列运算正确的是

- A.  $(a+b)^2 = a^2 + b^2$                       B.  $a^2 \times a^3 = a^6$   
C.  $(a-b)(b-a) = a^2 - b^2$                       D.  $(a^2)^3 = a^6$

7. 化简  $\frac{x^2-4}{x+1} \cdot \frac{x+1}{x-2}$  的结果是

- A.  $x+1$                       B.  $x+2$                       C.  $\frac{1}{x+1}$                       D.  $\frac{1}{x-2}$

8. 在一次中学生田径运动会上，参加男子跳高的 15 名运动员的成绩如下表所示：

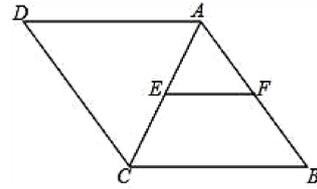
成绩/m	1.50	1.60	1.65	1.70	1.75	1.80
人数	2	3	2	3	4	1

则这些运动员成绩的中位数、众数分别为

- A. 1.65, 1.70      B. 1.65, 1.75      C. 1.70, 1.75      D. 1.70, 1.70

9. 如图，在菱形  $ABCD$  中， $E$  是  $AC$  的中点， $EF \parallel CB$ ，交  $AB$  于点  $F$ ，如果  $EF=3$ ，那么菱形  $ABCD$  的周长为

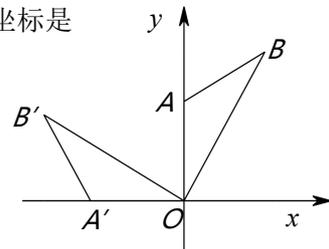
- A. 24  
B. 18  
C. 12  
D. 9



第 9 题图

10. 如图，在平面直角坐标系中， $\triangle AOB$  的顶点  $B$  在第一象限，点  $A$  在  $y$  轴的正半轴上， $AO = AB = 2$ ， $\angle OAB = 120^\circ$ ，将  $\triangle AOB$  绕点  $O$  逆时针旋转  $90^\circ$ ，点  $B$  的对应点  $B'$  的坐标是

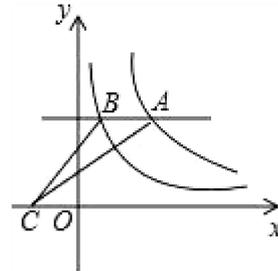
- A.  $(-2 - \frac{\sqrt{3}}{2}, \sqrt{3})$       B.  $(-2 - \frac{\sqrt{3}}{2}, 2 - \frac{\sqrt{3}}{2})$   
C.  $(-3, 2 - \frac{\sqrt{3}}{2})$       D.  $(-3, \sqrt{3})$



第 10 题图

11. 如图，平行于  $x$  轴的直线与函数  $y = \frac{k_1}{x}$  ( $k_1 > 0, x > 0$ )， $y = \frac{k_2}{x}$  ( $k_2 > 0, x > 0$ ) 的图象分别相交于  $A, B$  两点，点  $A$  在点  $B$  的右侧， $C$  为  $x$  轴上的一个动点，若  $\triangle ABC$  的面积为 4，则  $k_1 - k_2$  的值为

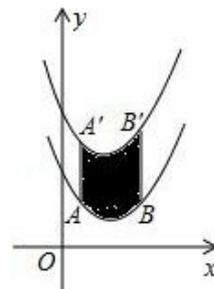
- A. 8  
B. -8  
C. 4  
D. -4



第 11 题图

12. 如图，将函数  $y = \frac{1}{2}(x-2)^2 + 1$  的图象沿  $y$  轴向上平移得到一条新函数的图象，其中点  $A(1, m)$ ， $B(4, n)$  平移后的对应点分别为点  $A'$ 、 $B'$ 。若曲线段  $AB$  扫过的面积为 9 (图中的阴影部分)，则新图象的函数表达式是

- A.  $y = \frac{1}{2}(x-2)^2 - 2$   
B.  $y = \frac{1}{2}(x-2)^2 + 7$   
C.  $y = \frac{1}{2}(x-2)^2 - 5$   
D.  $y = \frac{1}{2}(x-2)^2 + 4$



第 12 题

## 第 II 卷（非选择题共 102 分）

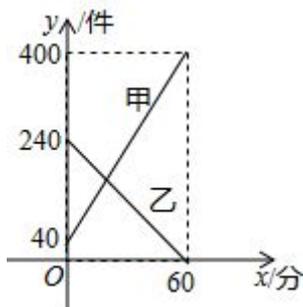
注意事项：

1. 第 II 卷必须用 0.5 毫米黑色签字笔作答，答案必须写在答题卡各题目指定区域内相应的位置，不能写在试卷上；如需改动，先划掉原来的答案，然后再写上新的答案；不能使用涂改液、胶带纸、修正带。不按以上要求作答的答案无效。

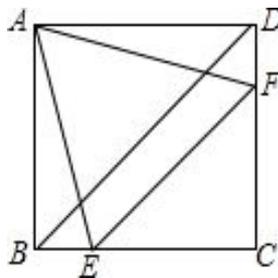
2. 填空题请直接填写答案，解答题应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

### 二、填空题（本大题共 6 个小题，每小题 4 分，共 24 分）

13. 分解因式： $a^2 - 9 =$ \_\_\_\_\_.
14. 已知关于  $x$  的方程  $2(x+a)=5x-1$  的解是 3，则  $a$  的值为\_\_\_\_\_.
15. 一个多边形的内角和是  $1440^\circ$ ，那么这个多边形边数是\_\_\_\_\_.
16. 在一个不透明的箱子里装有红色、蓝色、黄色的球共 20 个，除颜色外，形状、大小、质地等完全相同，小明通过多次摸球实验后发现摸到红色、黄色球的频率分别稳定在 10% 和 15%，则箱子里蓝色球的个数很可能是\_\_\_\_\_个.
17. 某快递公司每天上午 9:00 - 10:00 为集中揽件和派件时段，甲仓库用来揽收快件，乙仓库用来派发快件，该时段内甲、乙两仓库的快件数量  $y$  (件) 与时间  $x$  (分) 之间的函数图象如图所示，那么当两仓库快递件数相同时，此刻的时间为\_\_\_\_\_.
18. 如图，在正方形  $ABCD$  中，边长为 2 的等边三角形  $AEF$  的顶点  $E, F$  分别在  $BC$  和  $CD$  上，下列结论：①  $CE=CF$ ；②  $BD=1+\sqrt{3}$ ；③  $BE+DF=EF$ ；④  $\angle AEB=75^\circ$ 。其中正确的序号是\_\_\_\_\_.



第 17 题图



第 18 题图

### 三、解答题（本大题共 9 个小题，共 78 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。）

19. (本小题满分 6 分)

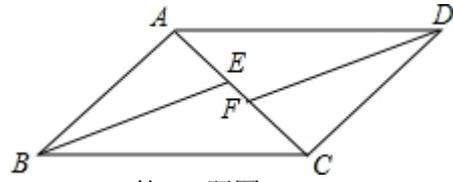
计算： $|-3| + (\pi-3)^0 - \sqrt{4} + \tan 45^\circ$

20. (本小题满分 6 分)

求不等式组 
$$\begin{cases} 2x - 4 < x \\ \frac{x+5}{3} + x \geq 3 \end{cases}$$
 的整数解.

21. (本小题满分 6 分)

如图，四边形  $ABCD$  是平行四边形， $BE$ 、 $DF$  分别是  $\angle ABC$ 、 $\angle ADC$  的平分线，且与对角线  $AC$  分别相交于点  $E$ 、 $F$ 。求证： $AE=CF$ 。



第 21 题图

22. (本小题满分 8 分)

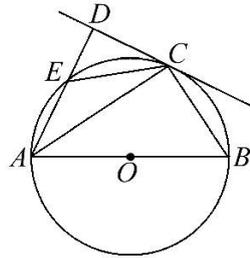
某中学共有 3 个一样规模的大餐厅和 2 个一样规模的小餐厅，经过测试同时开放 2 个大餐厅和 1 个小餐厅，可供 3000 名学生就餐；同时开放 1 个大餐厅，1 个小餐厅，可供 1700 名学生就餐。

- (1) 请问 1 个大餐厅、1 个小餐厅分别可供多少名学生就餐。
- (2) 如果 3 个大餐厅和 2 个小餐厅全部开放，那么能否供全校 4500 名学生就餐？请说明理由。

23. (本小题满分 8 分)

如图，已知  $AB$  是  $\odot O$  的直径， $DC$  是  $\odot O$  的切线，点  $C$  是切点， $AD \perp DC$ ，垂足为  $D$ ，且与  $\odot O$  相交于点  $E$ 。

- (1) 求证： $\angle DAC = \angle BAC$ 。
- (2) 若  $\odot O$  的直径为  $5\text{cm}$ ， $EC = 3\text{cm}$ ，求  $AC$  的长。



第 23 题图

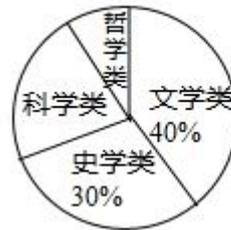
24. (本小题满分 10 分)

为了解学生在假期中的课外阅读情况，七(1)班针对“你最喜爱的课外阅读书目”进行调查(每名同学必须选一类且只能选一类阅读书目)，并根据调查结果列出统计表，绘制成扇形统计图。

男、女生所选类别人数统计表

类别	男生(人)	女生(人)
文学类	12	8
史学类	$m$	5
科学类	6	5
哲学类	2	$n$

学生所选类别人数扇形统计图



根据以上信息解决下列问题

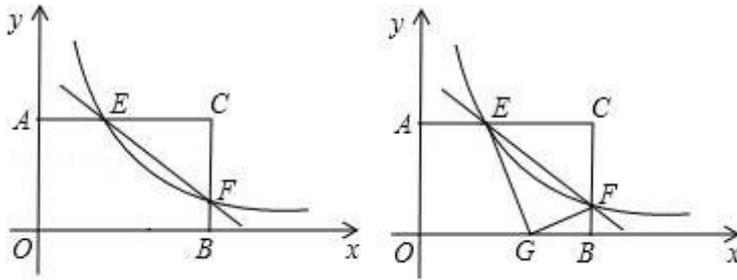
- (1)  $m = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $n = \underline{\hspace{2cm}}$ ；
- (2) 扇形统计图中“科学类”所对应扇形圆心角度数为  $\underline{\hspace{2cm}}$ °；
- (3) 从选哲学类的学生中，随机选取两名学生参加学校团委组织的辩论赛，请用树状图或列表法求出所选取的两名学生都是男生的概率。

25. (本小题满分 10 分)

矩形  $AOBC$  中,  $OB=4$ ,  $OA=3$ . 分别以  $OB$ ,  $OA$  所在直线为  $x$  轴,  $y$  轴, 建立如图 1 所示的平面直角坐标系.

$F$  是  $BC$  边上一个动点 (不与  $B$ ,  $C$  重合), 过点  $F$  的反比例函数  $y = \frac{k}{x}$  ( $k > 0$ ) 的图象与边  $AC$  交于点  $E$ .

- (1) 当点  $F$  运动到边  $BC$  的中点时, 点  $E$  的坐标为\_\_\_\_\_;
- (2) 连接  $EF$ , 求  $\angle EFC$  的正切值;
- (3) 如图 2, 将  $\triangle CEF$  沿  $EF$  折叠, 点  $C$  恰好落在边  $OB$  上的点  $G$  处, 求  $BG$  的长度.



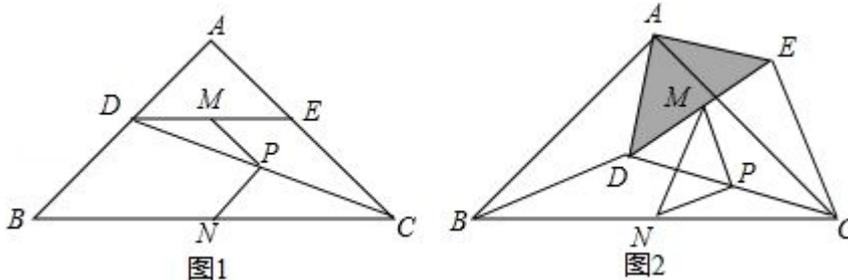
26. (本小题满分 12 分)

如图 1, 在  $Rt\triangle ABC$  中,  $\angle A=90^\circ$ ,  $AB=AC$ , 点  $D$ ,  $E$  分别在边  $AB$ ,  $AC$  上,  $AD=AE$ , 连接  $DC$ , 点  $M$ ,  $P$ ,  $N$  分别为  $DE$ ,  $DC$ ,  $BC$  的中点.

- (1) 观察猜想  
图 1 中, 线段  $PM$  与  $PN$  的数量关系是\_\_\_\_\_, 位置关系是\_\_\_\_\_;

- (2) 探究证明  
把  $\triangle ADE$  绕点  $A$  逆时针方向旋转到图 2 的位置, 连接  $MN$ ,  $BD$ ,  $CE$ , 判断  $\triangle PMN$  的形状, 并说明理由;

- (3) 拓展延伸  
把  $\triangle ADE$  绕点  $A$  在平面内自由旋转, 若  $AD=4$ ,  $AB=10$ , 请直接写出  $\triangle PMN$  面积的最大值.



27. (本小题满分 12 分)

如图, 抛物线  $y=x^2+bx+c$  与  $x$  轴交于点  $A$  和点  $B(3, 0)$ , 与  $y$  轴交于点  $C(0, 3)$ .

- (1) 求抛物线的解析式;
- (2) 若点  $M$  是抛物线在  $x$  轴下方上的动点, 过点  $M$  作  $MN \parallel y$  轴交直线  $BC$  于点  $N$ , 求线段  $MN$  的最大值;
- (3) 在 (2) 的条件下, 当  $MN$  取得最大值时, 在抛物线的对称轴  $l$  上是否存在点  $P$ , 使  $\triangle PBN$  是等腰三角形?

若存在, 请直接写出所有点  $P$  的坐标; 若不存在, 请说明理由.

